

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, физики, информатики и технологий
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

Прикладное моделирование случайных процессов с применением персонального компьютера

Выпускная квалификационная работа

по направлению «01.03.02 Прикладная математика и информатика»

Квалификационная работа

допущена к защите

Зав. кафедрой

« ____ » _____ 2017 г.

подпись

Руководитель ОПОП:

подпись

Исполнитель:

Кокотов Алексей Александрович

обучающийся в группе БП – 51Z

подпись

Научный руководитель:

Бодряков Владимир Юрьевич

Заведующий кафедрой высшей

Математики и методики

обучения математике

подпись

Оглавление

ОГЛАВЛЕНИЕ	1
ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ЕГЭ КАК СРЕДСТВО МОНИТОРИНГА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА И БИНОМИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛЯ «СРЕДНЕГО УЧЕНИКА».....	7
1.1 Описание ЕГЭ по математике, обозначение его важности, как инструмента для объективной оценки уровня математической подготовки	7
1.2 Биномиальное распределение	11
1.3 Проверка статистических гипотез	14
ГЛАВА 2. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАЗЛИЧНЫХ РЕГИОНОВ.....	21
2.1 Сравнение с результатов ЕГЭ по регионам с биномиальным распределение для «среднего ученика».	24
2.1.1 Кировская область	24
2.1.2 Костромская область	26
2.1.3 Краснодарский край	28
2.1.4 Московская область.....	30
2.1.5 Пензенская область	31
2.1.6 Свердловская область	32
2.1.7 Томская область.....	34
2.2 Сравнения результатов между регионами	36
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	51
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	53
ПРИЛОЖЕНИЕ 1.....	58
ПРИЛОЖЕНИЕ 2.....	59
ПРИЛОЖЕНИЕ 3.....	61

Введение

Интенсивное развитие вычислительных средств и информационных технологий позволяет решать всё больше самых различных научных и прикладных задач с привлечением методов моделирования, а применение компьютерной техники не только значительно облегчает и ускоряет решение, но и снижает риск ошибиться.

Практически любая исследовательская деятельность тесно связана с моделированием, которое позволяет изучать реальные процессы и явления на их моделях. Учитывая специфику вуза, а также актуальность изучения образования, в качестве случайных процессов и объекта исследований, будут использованы результаты единого государственного экзамена (ЕГЭ) по профильной математике за 2016 год.

Несомненно, образование является одной из важнейших вещей для любой страны. Школьное образование закладывает основы и играет одну из решающих ролей в дальнейшем развитии. Именно поэтому важно определять насколько оно эффективно. Среди прочих предметов особой важностью пользуется математика, являющаяся основой и важным инструментом во многих других предметах: физике, информатике, химии и других, начинающихся не только в школе, но и в техникумах и вузах, а значит, математическое образование является важным фактором для страны и в плане конкуренции, будь то различные финансовые вопросы или же разработка новых технологий, постройка грандиозных шедевров и прочее – математика повсюду.

Одним из наиболее достоверных способов проверки знаний у школьников является ЕГЭ. В зависимости от средних показателей можно делать выводы об успешности той или иной образовательной программы, действующей в данном регионе. Сравнивая регионы, можно сделать сопоставительный вывод и о качестве предоставляемого там образования, принять меры к нивелированию негативных тенденций или, напротив, выявить лучшие практики.

Закономерным было бы предположить, что регионы с более мощными промышленными центрами – крупными городами, располагающие большими возможностями, будут иметь результаты лучше, чем у остальных областей. С другой стороны, развитие ИКТ нивелирует межрегиональные различия.

В Федеральном государственном образовательном стандарте высшего образования (ФГОС ВО) представлена совокупность требований, обязательных при реализации основных образовательных программ бакалавриата по направлению подготовки «01.03.02 – Прикладная математика и информатика». Выпускник бакалавра должен решать ряд задач в соответствии с выбранным видом профессиональной деятельности (научно - исследовательская, проектная и производственно-технологическая, организационно–управленческая, социально-педагогическая деятельность). Конкретный вид деятельности определяется соответствующим высшим учебным заведением [1]. Основным видом профессиональной деятельности в УрГПУ Института математики информатики и информационных технологий (ИМИиИТ) по направлению подготовки «01.03.02 – Прикладная математика и информатика» выбрана научно - исследовательская деятельность. Таким образом, выпускник, освоивший программу бакалавриата, должен быть готов решать следующие профессиональные задачи:

- изучение новых научных результатов, научной литературы или научно-исследовательских проектов в соответствии с профилем объекта профессиональной деятельности;
- изучение информационных систем методами математического прогнозирования и системного анализа;
- исследование и разработка математических моделей, алгоритмов, методов, инструментальных средств по тематике проводимых научно-исследовательских проектов;
- составление научных обзоров, рефератов и библиографии по тематике проводимых исследований;

- подготовка научных и научно-технических публикаций;
- участие в работе научных семинаров, научно-тематических конференций, симпозиумов.

В соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки «01.03.02 – Прикладная математика и информатика» область профессиональной деятельности выпускников, освоивших программу бакалавриата, включает: научные и ведомственные организации, связанные с решением научных и технических задач; научно-исследовательские и вычислительные центры; научно-производственные объединения. В результате освоения программы бакалавриата у выпускника должны быть сформированы общекультурные, обще-профессиональные и профессиональные компетенции [1].

Целью работы является сопоставительная оценка качества образования, исходя из результатов ЕГЭ в различных регионах Российской Федерации по профильной математике за 2016 г., и сравнение результатов технологически более развитых регионов с менее развитыми.

В соответствии с духом и буквой профильного образовательного стандарта целью выпускной квалификационной работы является формирование и предъявление общепрофессиональных и профессиональных компетенций, регламентированных ФГОС ВО по направлению подготовки «01.03.02 – Прикладная математика и информатика», в частности:

1. Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);
2. Способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ОПК-2);
3. Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области математических, информационных технологий, образовательного контента, прикладных баз данных (ОПК-3);

4. Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий (ОПК-4).

5. Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям (ПК-1);

6. Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2);

7. Способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности (ПК-3) [1].

Для достижения цели ВКР решались следующие задачи:

1. Сбор статистических данных по результатам ЕГЭ по профильной математике за 2016 год по разным регионам Российской Федерации.
2. Построение теоретического биномиального распределения для «среднего ученика», сдающего экзамен.
3. Проверить с помощью критерия Пирсона χ^2 , насколько точно модель биномиального распределения «среднего ученика» соответствует нормальному распределению.
4. Провести сравнительный анализ между данными из технологически развитых (крупных) регионов и данными из малых регионов.
5. На основании из полученных результатов сформулировать содержательные выводы и рекомендации.

Предварительные наблюдения и анализ послужили основанием для формулирования гипотезы этого исследования: в связи с нынешним развитием информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), в частности, Сети Интернет, различия между уровнем подготовки ученика из области с крупным технологическим центром, и учеником из технологически менее развитой области, перестают быть существенными.

Глава 1. ЕГЭ как средство мониторинга образовательного процесса и биномиальное распределение для «среднего ученика»

1.1 Описание ЕГЭ по математике, обозначение его важности, как инструмента для объективной оценки уровня математической подготовки

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) – централизованно проводимый на территории Российской Федерации, экзамен, для выпускников средних учебных заведений (школы, лицеи, гимназии), помимо этого является вступительным экзаменом в вузы[2].

Благодаря ЕГЭ возможно определение уровня подготовки учащихся по всей стране по обязательным и выбранным предметам. Это достигается благодаря единому механизму, тому, что на всей территории России экзамен проводится одинаково, всем участникам выдаются контрольно-измерительные материалы (КИМ), в состав которых входят однотипные задания и стандартные бланки для ответов на полученные задания. Это уравнивает шансы выпускников из разных школ, т.е. ЕГЭ служит равнодоступным социальным лифтом[3,4]. Кроме того, ЕГЭ должно было разрушить коррупцию. После сдачи участникам выдают свидетельства с указанием набранных баллов по тем предметам, которые они сдавали. Результативность сдачи ЕГЭ определяется уровнем знаний по предмету, опытом выполнения «пробных» ЕГЭ и наличием психологической подготовки к сдаче экзамена. С 2009 года ЕГЭ является единственной формой сдачи экзамена для выпускников школ 11-х классов, а также основной формой вступительных экзаменов в вузы.

Исходя из результатов статистики сдачи ЕГЭ, наиболее частые проблемы при сдаче экзамена вызывает математика. Каждый год для многих выпускников стоит задача набрать хотя бы минимальные баллы по этому предмету. ЕГЭ по математике предназначено не только для проверки сформированных умений применить полученные знания для решения конкретных задач, но и умение логически и грамотно излагать свои аргументы [5]. Таким образом, проблема

значительного повышения качества математической подготовки школьников заслуживает большего внимания и больших усилий.

Более пристального внимания заслуживает и переводная шкала от первичных баллов ЕГЭ к тестовым (см. Таблица П.1.1.). Переводная шкала баллов ЕГЭ с 2010 года все больше трансформировалась вместе с изменением модели КИМ, которая ныне состоит из двух частей, различающихся формой, сложностью заданий, а так же начисляемыми первичными баллами за каждое решенное задание из первой и второй частей [6,7].

В 2010 и 2011 годах особых изменений в КИМе не было, также как и в переводной шкале ЕГЭ. КИМ состоял из двух частей различающихся уровнем сложности: первая часть (базовая) включала в себя 12 заданий с В1 по В12 с кратким ответом, каждое из которых соответствовало 1 первичному баллу, вторая же часть состояла из 6 задач с развернутым ответом повышенной и высокой сложности с С1 по С6, где за задания С1, С2 можно было получить максимум по 2 балла, задания С3, С4 оценивались в 3 балла, а за задания С5 и С6 можно было получить по 4 первичных балла. Общий первичный балл в 2010 и 2011 годах одинаково равнялся 30 баллам, тогда как пороговый (проходной) тестовый балл поднялся с 21 (2010 год) до 24 (2011 год) [8,9].

В 2012, 2013 годах в базовую часть добавили два задания В13 и В14, на которые подразумевался краткий ответ с начислением по одному первичному баллу за правильно выполненное задание. С предыдущих лет (2010, 2011) вторая часть осталась без изменений, но общий первичный балл стал равняться 32 баллам, хотя пороговые баллы с 2011 года остались неизменными и составляли 24 тестовых балла [10,11].

В 2014 году соблюдена преемственность с 2013 года, к новшествам 2014 г. можно отнести добавление в первой части одного задания В15 и изменение порядка заданий в обеих частях с целью упорядочения групп, в первой части В1 – В10 теперь содержали задания базового уровня с кратким ответом, В11 – В15 содержали задания повышенного уровня сложности также с кратким ответом.

Во второй части тоже произошла перестановка заданий, по такому же принципу, С1 – С4 были задания повышенного уровня сложности, а задания С5 и С6 высокого уровня сложности. В связи с добавлением одного задания, общий тестовый балл вновь повысился до 33 баллов [12].

Существенные нововведения произошли в 2015 году, впервые экзамен был разделен на два уровня: базовый и профильный. Базовый уровень ориентирован на тех выпускников, кому не нужна математика для поступления в вузы (учебные заведения гуманитарного профиля); профильный уровень ориентирован на тех, кому математика потребуется в дальнейшем обучении (учебные заведения технического, естественного научного профиля и т.п.) и в профессиональной деятельности. Базовый уровень ЕГЭ-2015 по Математике состоял из 20 вопросов с кратким ответом, за каждое правильно выполненное задание участник получал 1 первичный балл. Пороговый балл равнялся 7 набранным первичным баллам (первичные баллы по математике базового уровня не переводятся в тестовые баллы).

В 2016 году из первой части исключены два задания: задание практико-ориентированной направленности базового уровня сложности и задание по стереометрии повышенного уровня сложности. Максимальный первичный балл уменьшился с 34 до 32 баллов. [13]

Проанализировав переводную шкалу баллов ЕГЭ с 2010 года по 2016, можно с уверенностью сказать о несправедливости шкалирования результатов. Решив только первую часть, где большинство заданий базового уровня сложности, причем еще и с кратким ответом, участник получает большее количество баллов за экзамен, нежели он решит вторую часть с повышенным и высоким уровнем сложности, на которые требуется логически обоснованный развернутый ответ. Изначально, участнику ЕГЭ –2010 достаточно было решить первую часть, и 60 баллов за экзамен было обеспечено, тогда, как за действительно сложные задания части С можно было получить всего 40 баллов.

К сожалению, с каждым годом, несправедливая трансформация шкалы перевода первичных баллов ЕГЭ в 100-балльные тестовые усиливается.

ЕГЭ используется уже длительное время на всей территории РФ, став, по сути, единственным официальным государственным средством итоговой оценки уровня предметной подготовки выпускников школ и мерой готовности для выпускников продолжить обучение в вузах по программам высшего профессионального образования. Сотни тысяч школьников по всей стране каждый год сдают ЕГЭ и на основе полученных результатов поступают в вузы на различные направления подготовки. Работа образовательных учреждений, как школ, так и вузов, строится с анализом результатов сдачи ЕГЭ выпускников школ. Государственная итоговая аттестация типа ЕГЭ успешно применяется и во множестве других стран (со своими специфическими особенностями). Тем не менее, в некоторых моментах ЕГЭ присущи различные недостатки, которые требуют продолжения работы по улучшению качества КИМ и процедуры проведения экзаменов.

ЕГЭ за всё время своего существования претерпело множество изменений, но самые существенные изменения, для математики, произошли в 2015 году, впервые экзамен был разделен на два уровня: базовый и профильный. Профильный уровень ориентирован на тех, кому математика потребуется в профессиональной деятельности и в дальнейшем обучении (учебные заведения технического, естественнонаучного профиля и т.д.). Базовый уровень ориентирован на тех выпускников, кому не нужна математика для поступления в вузы (учебные заведения гуманитарного профиля). Задания экзамена профильного уровня разработаны на основе заданий КИМ 2014 года с незначительными изменениями.

Таким образом, проведенный литературный обзор позволяет дать следующую оценку ЕГЭ как инструмента мониторинга качества школьного образования в Российской Федерации. ЕГЭ повсеместно и уже достаточно долго используется в РФ, став, по сути, единственным официальным

государственным средством итоговой оценки уровня предметной подготовки выпускников школ и мерой готовности выпускников продолжить обучение в вузах по программам высшего профессионального образования. Сотни тысяч школьников по всей стране каждый год в конце мая – начале июня сдают ЕГЭ и на его основе результатов сдачи ЕГЭ поступают в вузы на различные направления подготовки. Работа образовательных учреждений, как школ, так и вузов, строится с учетом сдачи ЕГЭ выпускников школ. По ряду позиций ЕГЭ присущи серьезные недостатки, которые требуют продолжения работы по улучшению качества КИМ и процедуры проведения экзаменов. Государственная итоговая аттестация типа ЕГЭ успешно применяется также и в других странах (со своими специфическими особенностями).

1.2 Биномиальное распределение

Определение . Биномиальное распределение – дискретное распределение количества *успехов* в последовательности из n независимых случайных экспериментов, таких, что вероятности *успеха* в каждом из них равна p .

Функция вероятности задается формулой:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \text{ где } k \in \{0, \dots, n\} \quad (1)$$

Биномиальным называют распределение вероятностей, определяемое формулой Бернулли [14]. Закон назван «биномиальным» потому, что правую часть равенства (*) можно рассматривать как общий член разложения бинома Ньютона:

$$(p + q)^n = C_n^n p^n + C_n^{n-1} p^{n-1} q + \dots + C_n^k p^k q^{n-k} + \dots + C_n^0 q^n.$$

Таким образом, первый член разложения p^n определяет вероятность наступления рассматриваемого события n раз в n независимых испытаниях; второй член $n p^{n-1} q$ определяет вероятность наступления события $n - 1$ раз;...; последний член q^n определяет вероятность того, что событие не появится ни

разу. Напишем закон биномиальный закон в виде таблицы распределения вероятностей:

X	n	$n - 1$	\dots	k	\dots	0
$P(X)$	p^n	$np^{n-1}q$	\dots	$C_n^k p^k q^{n-k}$	\dots	q^n

Пример 1. Построить модель биномиального распределения для гипотетического модельного «среднего ученика (студента)» применительно к 100-балльной шкале ЕГЭ.

В более ранних работах[15-17] было обоснованно, что гипотетический средний студент(учащийся) при среднем уровне профессиональной педагогической требовательности по экзаменационной дисциплине, прикладывая к изучению достаточно высокие усилия, с вероятностью успеха $p = 0,7$ сможет ответить правильно на вопросы экзаменатора по этой дисциплине, т.е. в среднем будет правильно отвечать на 7 вопросов из 10; а с вероятностью $q = 0,3$ будет давать неверные или неполные ответы. В этом случае, вероятность успеха $p = 0,7$ в привычной пятибалльной шкале соответствует пограничной оценке между «удовлетворительно» и «хорошо». Преподаватель, задав далее дополнительные вопросы студенту, сможет окончательно определиться с его оценкой. В таком подходе возможно, помимо прочего, оптимизировать работу экзаменатора, «откинув» явно слабейших и явно сильнейших студентов, оценки которых ясны, и сосредоточившись на более тщательной, а потому более справедливой, объективной оценке «средних» студентов.

Таким образом, демонстрируется построение модели биномиального распределения для «среднего ученика», определяемое с помощью «ЕГЭ-формулы Бернулли»:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, (1)$$

где n – число интервалов (в данном случае, $n = 100$); $k = 0, 1, \dots, n$; $p = 0,7$; $q = 1 - 0,7 = 0,3$.

Хотя расчет биномиальных вероятностей для «среднего студента» можно произвести и вручную, с помощью формулы (1), для вычислений лучше использовать компьютерные средства и информационные технологии. Например, воспользоваться пакетом прикладных программ Microsoft Excel (MSExcel). В прикладном пакете MSExcel есть встроенные функции (уже готовые формулы), которые существенно облегчают и упрощают рутинные вычислительные процедуры. В частности, для расчета биномиального распределения в MSExcel имеется встроенная статистическая функция: «БИНОМРАСП(k, n, p)», где k – число успехов, n – число испытаний, p – вероятность успеха.

В конкретном рассматриваемом примере, при расчете биномиального распределения для «среднего студента» в MSExcel формулы имеют вид: «БИНОМРАСП(0;100;0,7;0), БИНОМРАСП(1;100;0,7;0), ..., БИНОМРАСП(100;100;0,7;0)», соответственно, для $k = 0, 1, \dots, 100$. Результаты расчетов по модели биномиального распределения для «среднего студента» представлены в виде гистограммы (Рисунок 1), построенной также с помощью встроенных процедур MSExcel (выбор вкладки меню «Вставка», далее «Гистограммы» и «Гистограмма с группировкой»).

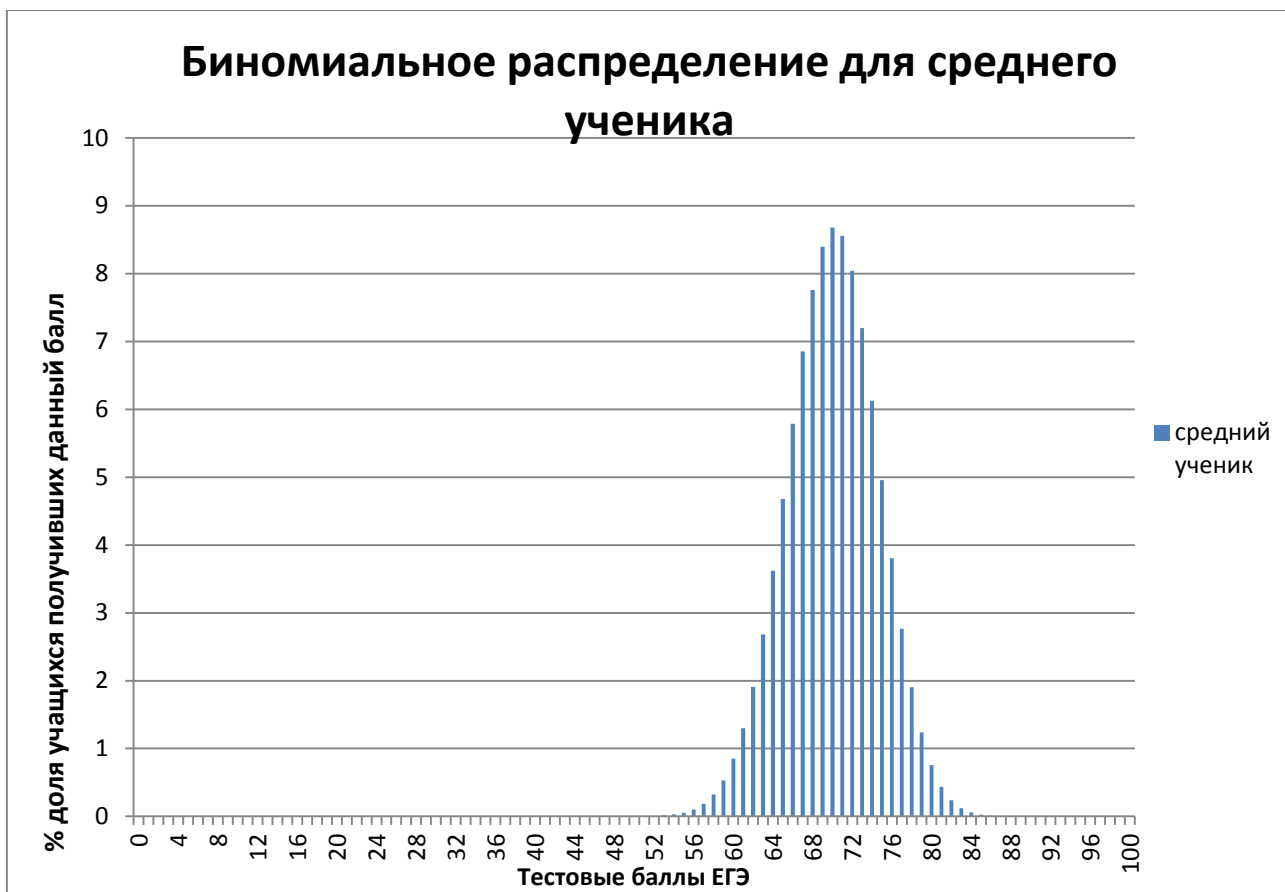


Рисунок 1 Диаграмма биномиального распределения для среднего ученика.

1.3 Проверка статистических гипотез

Предположим, закон распределения A имеет определенный, неизвестный, вид. В этом случае проверяют нулевую гипотезу: генеральная совокупность распределена по закону A .

Проверка гипотезы о законе неизвестного распределения аналогична проверке гипотезы о параметрах распределения: с помощью критерия согласия.

Критерий согласия – критерий проверки гипотезы о предполагаемом законе неизвестного распределения[14]. В математической статистике есть различные критерии согласия, но наиболее распространен критерий согласия Пирсона, в виду своей надежности и относительной простоты в употреблении.

Проведем проверку гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности с помощью критерия Пирсона. С этой же целью сравним теоретические частоты (вычисленные в предположении нормального распределения) и эмпирические (наблюдаемые).

Чаще всего эмпирические и теоретические частоты различаются. Случайно ли расхождение частот? Возможно, что расхождение случайно и объясняется малым числом наблюдений либо способом их группировки, либо другими причинами. Бывает также, что расхождение частот неслучайно (значимо) и объясняется тем, что теоретические частоты вычислены исходя из неверной гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности.[18]

Критерий Пирсона позволяет получить математически обоснованный ответ на поставленный вопрос о виде распределения. Правда, как и любой статистический критерий, он не доказывает справедливость гипотезы, а лишь устанавливает на принятом уровне значимости ее согласие или несогласие с данными наблюдений.

Пусть по выборке объема $n = n_1 + n_2 + \dots + n_s$ получено следующее эмпирическое частотное распределение:

Варианты $x_i: x_1, x_2, \dots, x_s$,

Эмпирические частоты: $n_i: n_1, n_2, \dots, n_s$.

Допустим, что в предположении нормального распределения генеральной совокупности вычислены теоретические частоты n_i' . При уровне значимости α требуется проверить нулевую гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности (гипотеза H_0). Альтернативная (конкурирующая гипотеза) H_1 : закон распределения отличается от нормального.

В качестве критерия проверки нулевой гипотезы примем случайную величину χ^2 , вычисляемую по формуле[14]:

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}, \quad (2)$$

где n_i – эмпирические частоты, n_i' – теоретические частоты.

Эта величина случайная, так как в различных опытах она принимает различные, заранее неизвестные значения. Ясно, что чем меньше различаются эмпирические и теоретические частоты, тем меньше величина критерия и,

следовательно, он в известной степени характеризует близость эмпирического и теоретического распределения.

Пирсоном доказано, что при $n \rightarrow \infty$ закон распределения наблюдаемой случайной величины χ^2 независимо от того, какому закону распределения подчинена генеральная совокупность, стремится к пирсоновскому закону распределения χ^2 с k степенями свободы. Поэтому случайная величина χ^2 обозначена также через χ^2 , а сам критерий называют критерием согласия Пирсона «хи-квадрат».

Число степеней свободы находят с помощью правила $k = s - 1 - r$, где s – число групп (частичных интервалов) выборки; r – число параметров предполагаемого распределения, которые оценены по данным самой выборки. Так, если предполагаемое распределение нормальное, то по выборке оценивают два параметра (математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение). Поэтому $r = 2$ и число степеней свободы $k = s - 1 - r = s - 3$ [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]. Если, например, предполагают, что генеральная совокупность распределена по закону Пуассона, то оценивают один параметр λ , поэтому $r = 1$ и $k = s - 2$.

Поскольку односторонний критерий более «жестко» отвергает нулевую гипотезу, чем двусторонний, построим правостороннюю критическую область исходя из требования, чтобы вероятность попадания критерия в эту область в предположении справедливости нулевой гипотезы была равна принятому уровню значимости α .

$$P(\chi^2 > \chi_{кр}^2(\alpha; k)) = \alpha.$$

Т. о., правосторонняя область определяется неравенством $\chi^2 > \chi_{кр}^2(\alpha; k)$, а область принятия нулевой гипотезы – неравенством $\chi^2 < \chi_{кр}^2(\alpha; k)$. Обозначим значение критерия, вычисленное по данным наблюдений, через $\chi_{набл}^2$.

Правило. Для того чтобы при заданном уровне значимости проверить нулевую гипотезу H_0 : генеральная совокупность распределена нормально, надо сначала вычислить теоретические частоты, а затем наблюдаемое значение критерия:

$$\chi^2_{\text{набл}} = \sum \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i},$$

и по таблице критических точек распределения χ^2 , по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $k = s - 3$ найти критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k)$ [Ошибка! Источник ссылки не найден.].

Если $\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$ – нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу.

Если $\chi^2_{\text{набл}} > \chi^2_{\text{кр}}$ – нулевую гипотезу отвергают.

Алгоритм применения критерия согласия Пирсона χ^2 при проверке гипотезы о нормальном распределении случайной величины.

Выдвигают нулевую гипотезу о нормальном законе распределения случайной величины X ;

Определяют теоретические частоты n'_i соответствующие эмпирическим частотам n_i ;

Вычисляют наблюдаемое значение критерия:

$$\chi^2_{\text{набл}} = \sum \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i};$$

По заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $k = s - 3$ (где s – число групп выборки) находят критическое значение $\chi^2_{\text{кр}}$;

Сравниваем $\chi^2_{\text{набл}}$ и $\chi^2_{\text{кр}}$

Если $\chi^2_{\text{набл}} > \chi^2_{\text{кр}}$ – нулевую гипотезу отвергают;

Если $\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$ – нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу.

Пример 2. С помощью критерия согласия Пирсона χ^2 проверить статистическую гипотезу о соответствии модели биномиального распределения для «среднего студента» модели нормального распределения.

Для оценки степени близости биномиального распределения для «среднего студента» $P_n(k)$ с вероятностью успеха $p = 0,7$ и с вероятностью неудачи $q = 0,3$ (см. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**) к нормальному распределению

$$N(a; \sigma; x) = N(70; 4,58; k):$$

$$N(a; \sigma; k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{(k-a)^2}{2\sigma^2} \right\} \Delta k, (3)$$

где $\Delta k = 1$ – ширина интервалов (в данном случае шаг по шкале баллов ЕГЭ), $k = 0, 1, \dots, n$.

Для вычисления нормального распределения нужно изначально посчитать: a – математическое ожидание дискретной случайной величины k , которая считается по формуле $a = M(k) = np$, в которой n (число интервалов) = 100, p (вероятность успеха) = 0,7. Тогда получается $a = 100 * 0,7 = 70$. Также еще нужно посчитать σ^2 – среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины k , которое имеет формулу: $\sigma = \sqrt{npq}$, в которой n (число интервалов) = 100, p (вероятность успеха) = 0,7 и q (вероятность неудачи) = 0,3. Тогда $\sigma = \sqrt{100 * 0,7 * 0,3} = 4,58$.

Для более точного результата, при расчете формулы нормального распределения, использовался электронный табличный процессор MS Excel, в котором также есть функция для быстрого и удобного расчета, которая возвращает нормальную формулу распределения «НОРМРАСП(x; математическое ожидание; стандартное отклонение; интегральная)».

В данном примере, формула имеет вид: «НОРМРАСП($k; a; \sigma; 0$)», таким образом, подставляя найденные выше значения в формулу, получаем совокупность значений теоретических частот: «НОРМРАСП(0; 70; 4,58; 0)», «НОРМРАСП(1; 70; 4,58; 0)», ..., «НОРМРАСП(100; 70; 4,58; 0)». Поскольку,

математическое ожидание приходится на 70 баллов и значения теоретических частот в интервале от 0 до 45, а также от 95 до 100 баллов фактически равны нулю, было принято решение их не учитывать.

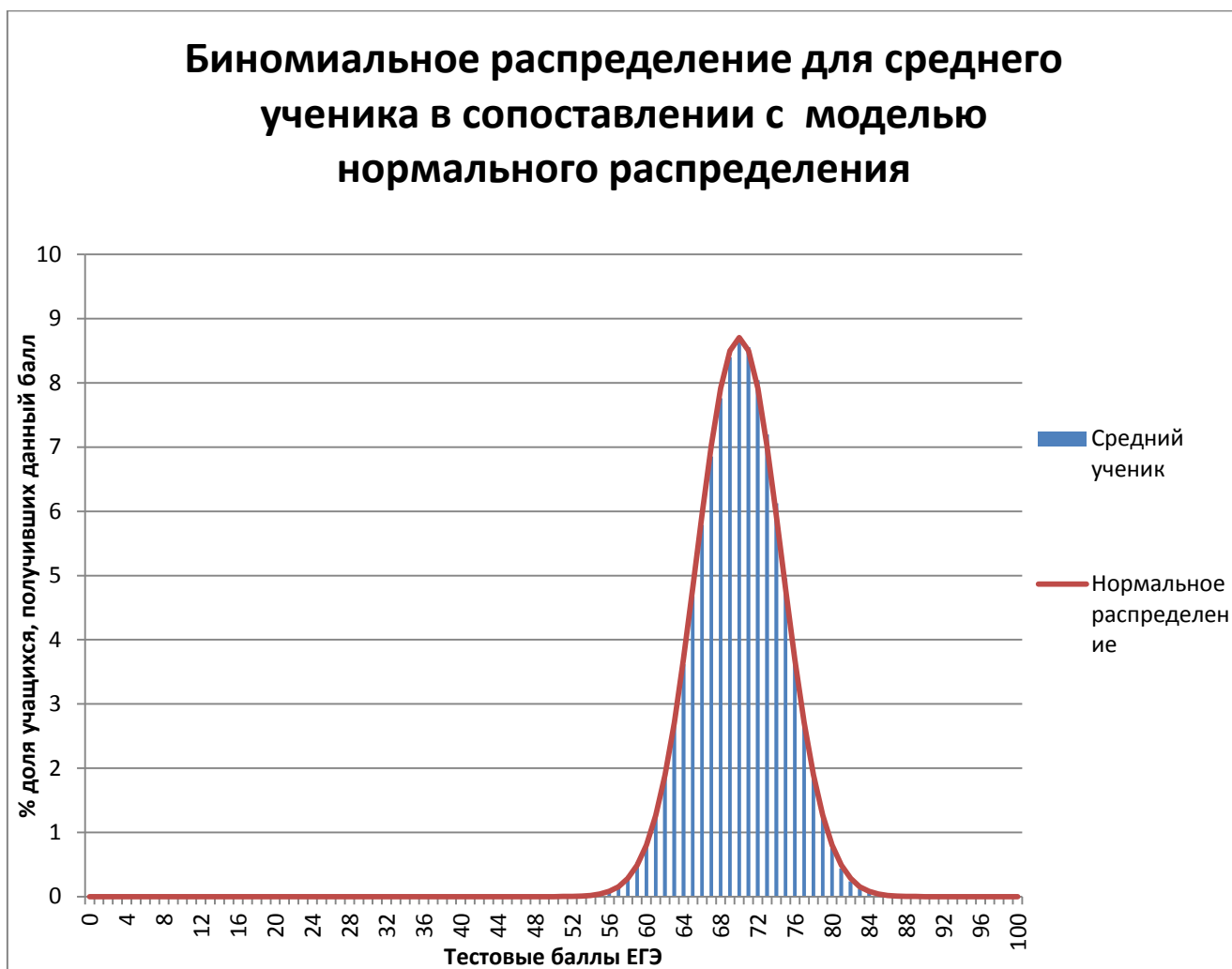


Рисунок 2 Диаграмма биномиального распределения для среднего ученика в сопоставлении с моделью нормального распределения в сопоставлении с моделью нормального распределения

На Рисунок 2 отчетливо видно практически полное совпадение биномиального распределения «среднего ученика» с моделью нормального распределения, что вполне объяснимо действием закона больших чисел [14]. Таким образом, можно проверить соответствие биномиального распределения «среднего ученика» и модели нормального распределения, используя критерий Пирсона χ^2 [14].

Используем описанный выше алгоритм применения критерия «хи-квадрат» Пирсона:

1. Выдвигаем нулевую и альтернативную гипотезу:
 H_0 (нулевая гипотеза): Расхождение модельных биномиальных частот («эмпирические» частоты) и теоретических частот по модели нормального распределения(теоретические частоты) незначительное.
 H_1 (альтернативная гипотеза): Расхождение модельных биномиальных частот («эмпирические» частоты) и теоретических частот по модели нормального распределения(теоретические частоты) значительное.
2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия: $\chi^2_{\text{набл}} = \sum \frac{(n_i - n'_i)^2}{n_i}$. В результате расчетов с помощью электронной таблицы MSExcel получено наблюдаемое значение критерия $\chi^2_{\text{набл}} = 0,001285$;
3. Для определения $\chi^2_{\text{кр}}$ воспользуемся таблицей критических точек распределения χ^2 , или же найдем их с помощью MSExcel, где можно воспользоваться формулой: «ХИ2ОБР(p ; k)», где p – уровень значимости α , а k – число степеней свободы. В данном примере s (число групп выборки) = 100, $\alpha = 0,05$, $k = 100 - 3 = 97$. Таким образом, $\chi^2_{\text{кр}} = 120,989$
4. Проводим сравнение: $\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$, и основная гипотеза H_0 принимается на уровне значимости $\alpha = 0,05$. Более того, можно заключить, что модель биномиального распределения «среднего студента» почти точно описывается моделью нормального распределения.

Глава 2. Сравнение результатов различных регионов

Согласно проекту «Доступное дополнительное образование для детей»[19] можно выделить несколько пунктов характерных для всех регионов:

1. На основе лучших практик в каждом субъекте Российской Федерации функционируют региональные системы дополнительного образования, востребованные и вариативные, в том числе и технико-научного направления, основной задачей которых является удовлетворение интересов детей и их родителей, социально-экономических, региональных и технологических потребностей.

- вовлечении в реализацию дополнительных общеразвивающих программ образовательных организаций разных типов, в частности профессиональных образовательных организаций и образовательных организаций высшего образования, а также организаций спорта, культуры, научных организаций, общественных организаций и организаций реального сектора экономики, в том числе с использованием механизмов сетевого взаимодействия;

- формировании в каждом субъекте Российской Федерации эффективной системы взаимодействия в сфере дополнительного образования детей, включающей в себя региональный модельный центр дополнительного образования детей как "ядра" региональной системы, муниципальные (опорные) центры дополнительного образования и организации, участвующие в дополнительном образовании детей;

- обеспечение доступа к вариативным и современным общеобразовательным программам, в том числе детям из сельской местности;

- обеспечение развития уровня компетенций и профессионального мастерства у педагогов и других участников сферы дополнительного образования детей;

- современных организационных, правовых и финансово-экономических механизмах развития и управления региональной системы, учитывающих

социально-экономические, социо-культурные и демографические особенности региона, с использованием механизмов независимой оценки.

2. В каждом субъекте Российской Федерации функционирует модельный центр дополнительного образования детей, в том числе на базе детских технопарков "Кванториум", выполняющий функции ресурсного, учебно-методического, организационного, экспертно-консультационного и социо-культурного центра в региональной системе дополнительного образования детей, обеспечивающий согласованное развитие дополнительных общеразвивающих программ для детей различной направленности (технической, естественнонаучной, художественной, социально-педагогической, туристско-краеведческой, физкультурно-спортивной).

3. Действует система разноуровневых и многоэтапных мероприятий для детей, основными целями которых является мотивация детей, раскрытие и развитие способностей каждого ребенка и их раннюю профориентацию. В рамках ГИС "Контингент" создан механизм учета вовлечения детей в активную социальную практику, в том числе обучения по дополнительным общеобразовательным программам и мониторинга их достижений.

4. Обновлена инфраструктура, оборудование и средства обучения дополнительного образования детей с учетом формирования нового содержания дополнительного образования и обеспечения равного доступа к современным дополнительным общеобразовательным программам детей, в том числе из сельской местности.

Как отмечено в первой главе, впервые ЕГЭ по математике было разделено на базовый уровень и профильный в 2015 году. Участники вправе выбирать сами, какой экзамен сдавать, или же сдавать оба сразу. Очевидно, базовый уровень более простой, и, по сути, не позволяет достоверно судить о качестве математического образования, а также не дает права на поступление в вуз на техническую специальность. Поэтому рассматривался только профильный уровень ЕГЭ по математике.

В 2015 году ЕГЭ по математике на профильном уровне сдавало 70% учащихся и только 2,82% не сдали экзамен в основной день, но пересдали на базовом уровне, в резервный день. Из 70% всего 26,62 % выпускников российских школ выбирали сразу два уровня экзамена для подстраховки, и сдали сразу оба экзамена в основные дни; 8,34 % не справились с профильным уровнем, зато сдали базовый уровень [Ошибка! Источник ссылки не найден.]. Минимальный проходной порог в 2015 году был равен 27 тестовым баллам. Средний тестовый балл по математике в 2015 году на профильном уровне составляет 40,3 (первичный: 9,52). По итогам экзамена было выявлено, что с вопросами с кратким ответом участники экзамена справились лучше [21Ошибка! Источник ссылки не найден.].

В сравнении с предыдущим годом, в 2016, ЕГЭ по математике сдавало лишь 43,9% учащихся [22]. Такая тенденция объясняется более осознанным выбором, на профильный экзамен пришли те выпускники, которые уверены в своих силах и кому результаты профильного уровня нужны для продолжения обучения в вузе. Результаты профильного ЕГЭ по математике продемонстрировали снижение доли участников, не преодолевших минимальный порог в 27 баллов – до 15,3% против 21,1% годом ранее. В этом году заметно выросло число участников, сдававших профильный экзамен и набравших от 80 до 100 баллов. Уровень подготовки, необходимый для поступления в ведущие вузы страны, продемонстрировали более 17,5 тысяч человек против 12 тысяч годом ранее. На основе этого можно заключить, что общий уровень математического образования вырос, в сравнении с предыдущим годом.

Если говорить о восприимчивости к целевому формированию инженерного мышления во время процесса обучения то, наиболее показательным индикатором служит математическое образование. Одной из наиболее важных ролей в формировании образовательной политики на всех уровнях управления и принятия управленческих решений, основанных на

фактах, призван играть грамотный статистический анализ числовых индикаторов системы образования. Используя статистические данные различных регионов можно сравнить их и выяснить, в каком именно регионе наиболее успешная образовательная программа, и, на основе этих данных сделать выводы о необходимости тех или иных мер.

К сожалению, не все регионы предоставляют подобную статистику, не существует так же и единого образца по её ведению, поэтому в различных регионах это делают по своему, разбивая данные на различные промежутки и не предоставляя данных первичных. Для поиска данных были исследованы сайты различных регионов и полученные данные собраны в Таблица П.2.1[Приложения 2].

Всего будет рассмотрено семь регионов с различными результатами ЕГЭ[23-29]:

- Кировская область
- Костромская область
- Краснодарский край
- Московская область
- Пензенская область
- Свердловская область
- Томская область

2.1 Сравнение с результатов ЕГЭ по регионам с биномиальным распределение для «среднего ученика».

Вышесказанное наглядно, благодаря построенным в MS Excel гистограммам, подтверждается сопоставлением фактических результатов ЕГЭ за 2016 год с опорным распределением для «среднего ученика». Эмпирическое распределение заметно смещено влево, в некоторых регионах можно выделить несколько мод. Остановимся подробнее на выбранных регионах.

2.1.1 Кировская область

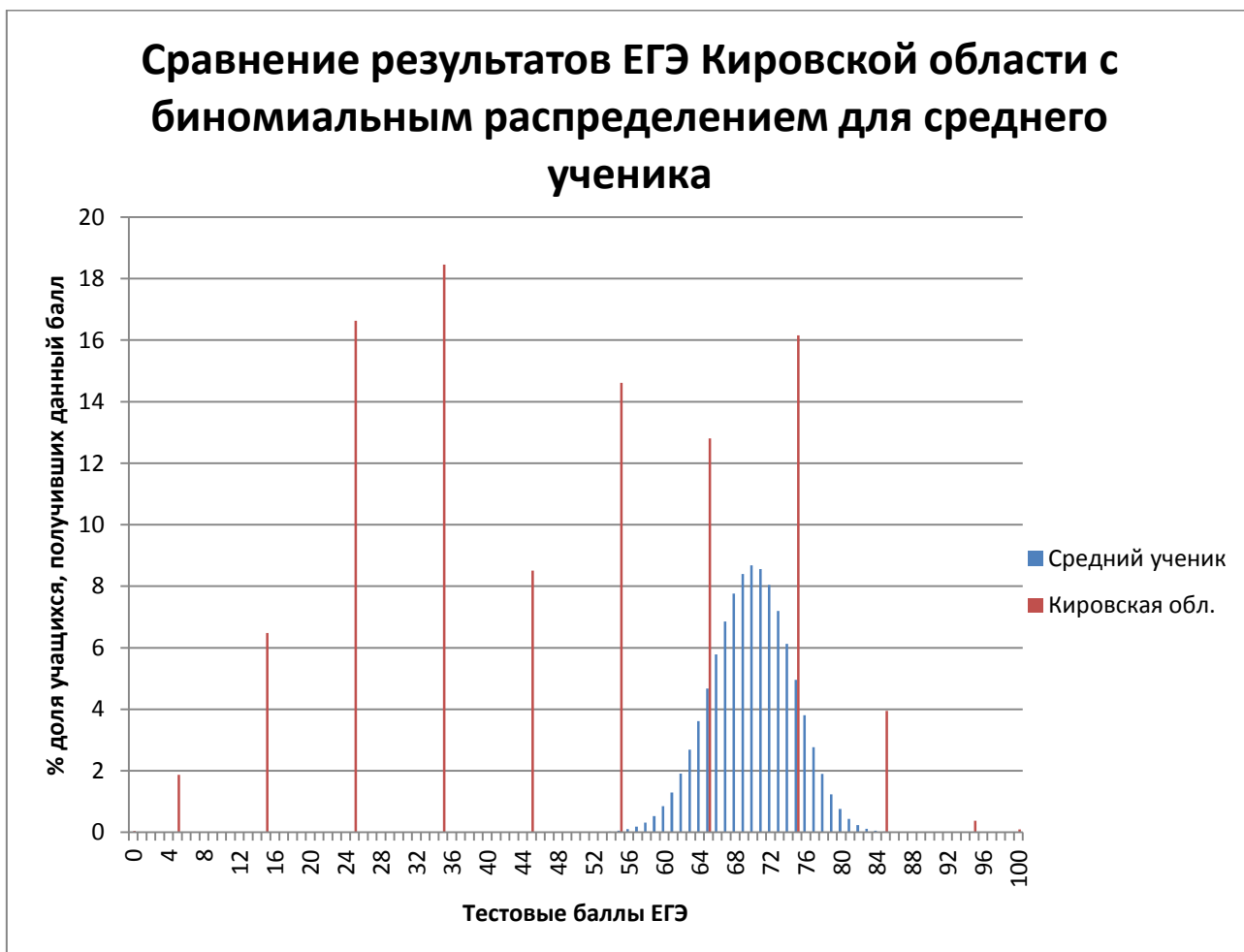


Рисунок 3

В Кировской области развита промышленность, в частности: химическая, машиностроение и металлообработка, топливно-энергетический; развитое сельское хозяйство, в основном льноводческо-молочное направление, и животноводство[30]. О направлениях развития системы образования в данном регионе можно сказать следующее[31]:

- 1) обеспечение доступности качественного образования;
- 2) создание условий для развития, социализации детей, учащихся образовательных организаций;

3) обеспечение перспективных и текущих потребностей социальной сферы региона и экономики в профессиональных кадрах необходимой квалификации,

4) формирование в образовании эффективных экономических отношений;

5) обеспечение широкого общественного взаимодействия, направленного на развитие образования, развитие попечительства, управляющих советов.

В регионе отсутствуют крупные информативные центры, поэтому можно предполагать, что математическая подготовка там будет ниже, нежели в областях с крупными центрами. Изучая диаграмму, отметим, что тут так же наблюдается смещение влево, относительно среднего ученика. Можно выделить моды в диапазонах 20-29, 30-39 и 70-79. Эти результаты так же не соответствуют нормальному распределению.

2.1.2 Костромская область

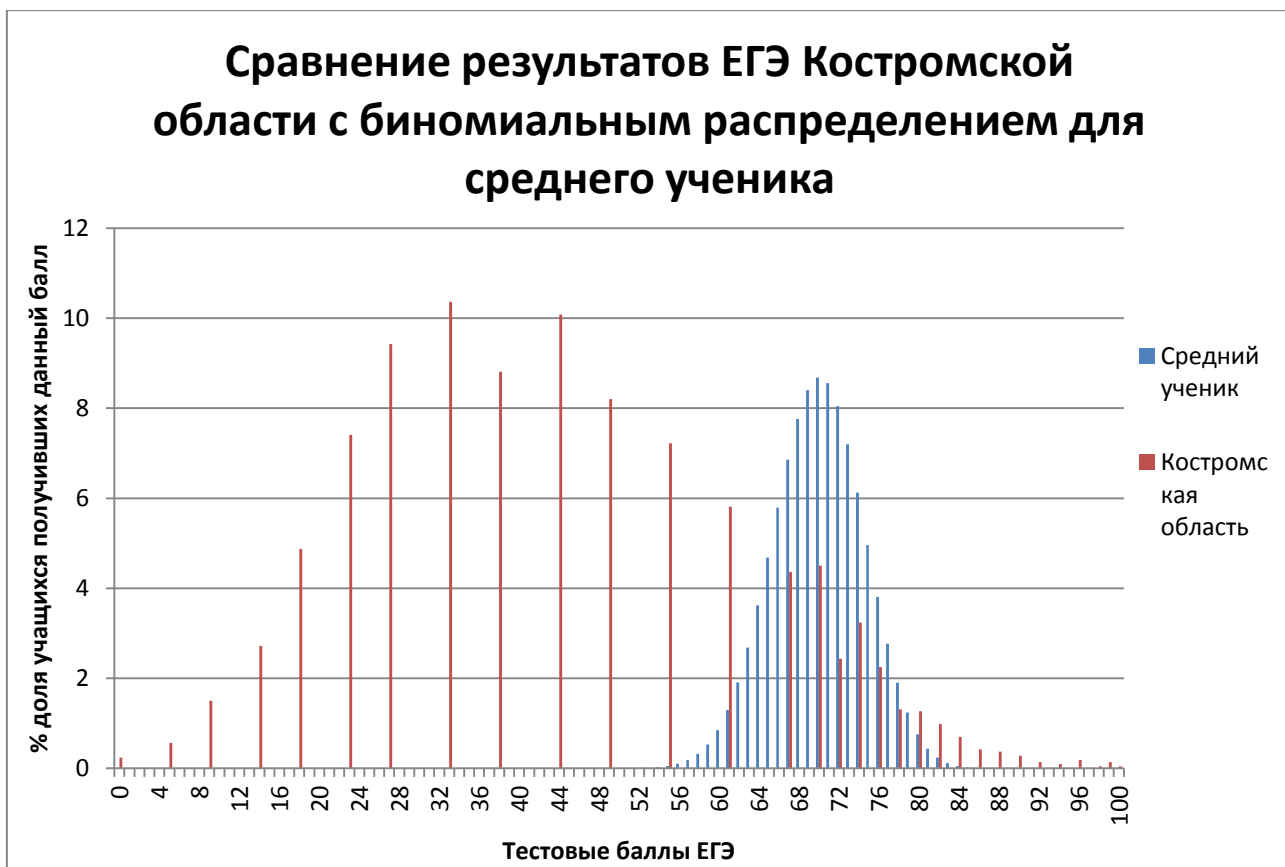


Рисунок 4

Костромская область является областью с довольно малым населением, является наименее развитой областью в центральном регионе с развитым промышленным и сельских хозяйством. Обладает незначительным инвестиционным потенциалом[32].

В плане системы образования модно выделить следующие направления развития[33]:

- 1) увеличение доли обучающихся в государственных (муниципальных) общеобразовательных организациях, занимающихся в одну смену;
- 2) реализация регионального плана мероприятий по оценки качества образования в образовательных организациях;
- 3) создание доступной среды обучения;
- 4) создание школьной информационно-библиотечных центров, отвечающих современным требованиям;

- введение в общеобразовательных организациях услуги «электронный дневник».

От подобного региона стоит ожидать результатов более низких, нежели в крупных регионах. Анализируя диаграмму можно заметить, что результаты смещены влево, относительно среднего ученика, можно выделить две моды: 33 и 45 баллов. Этот регион так же не соответствует нормальному распределению.

2.1.3 Краснодарский край

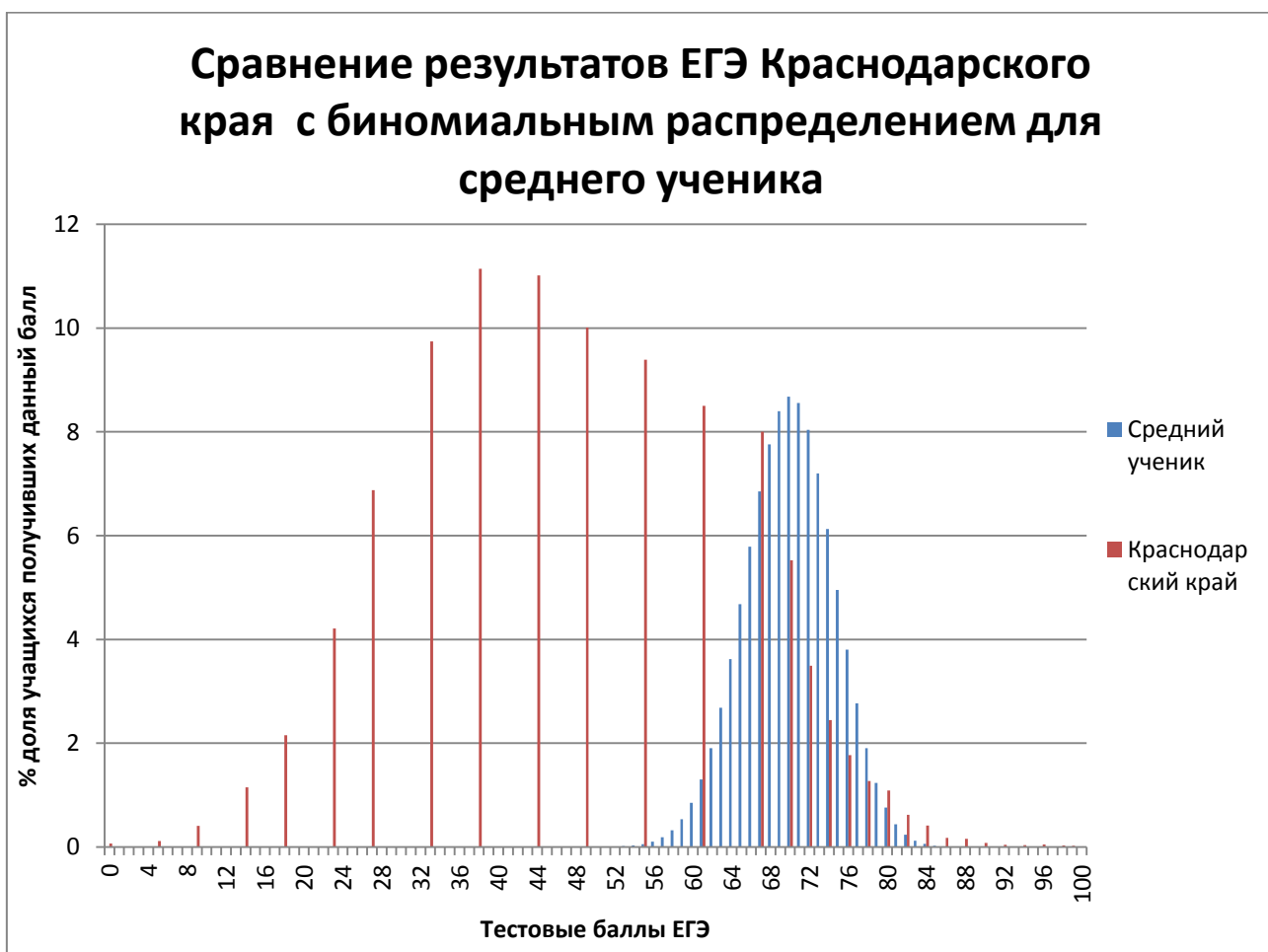


Рисунок 5

Краснодарский край является одним из крупных субъектов РФ. Краснодарский край характеризуется высоким научно-техническим потенциалом. Система образования представлена 16 вузами, 1544 дневными образовательными учреждениями, в частности – Красноярский гос. технический университет, являющийся одним из ведущих в России. Край

обладает научной базой для превращения наукоемких высокотехнологичных производств в отрасли специализации (информатика и связь, производство новых материалов).[34] О планах развития системы образования в Краснодарском крае можно сказать следующее[35]:

1) обеспечение государственных гарантий доступности качественного дошкольного и общего образования для всех жителей края;

2) создание условий для повышения эффективности и качества общего (начального и среднего) образования;

3) усиление социальной направленности системы образования, обеспечивающей укрепление здоровья всех воспитанников и обучающихся;

4) обеспечение адресной поддержки детей и подростков из малообеспеченных семей, из числа инвалидов, сирот и детей, оставшихся без попечения родителей;

5) обеспечение системы образования Краснодарского края высококвалифицированными кадрами;

6) формирование эффективных экономических механизмов в сфере образования;

— повышение эффективности и качества профессионального образования, создание системы профессионального образования, обеспечивающего потребности регионального рынка труда.

Особое внимание администрация Краснодарского края уделяет обеспечению доступности всех уровней образования, вопросам усиления социальной направленности системы общего образования через создание условий по организации полноценного питания школьников; развитию в школах физкультуры и спорта, применению здоровьесберегающих образовательных технологий; адресной социальной поддержки детей-сирот и детей, оставшихся без попечения родителей.

Вполне логично ожидать от подобного региона повышенной математической подготовки. Тем не менее, изучая диаграмму можно отметить,

что результаты смещены влево относительно среднего студента. Можно выделить две моды: 39 и 45 баллов и некоторое смещение полученных баллов ЕГЭ в сторону средних результатов (40-60 баллов).

2.1.4 Московская область

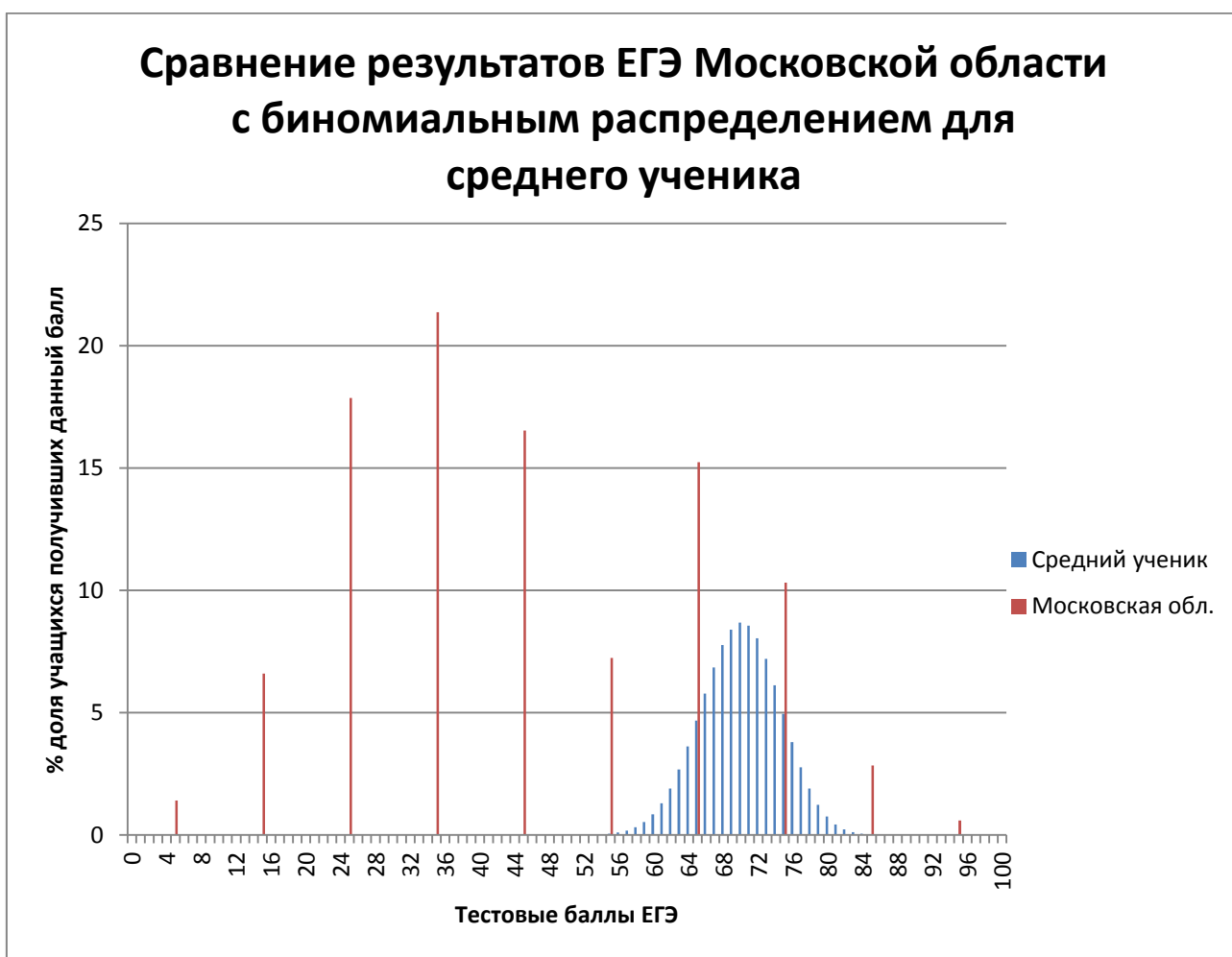


Рисунок 6

Являясь крупным научным центром (3-е место по научному потенциалу среди регионов РФ), можно было бы ожидать от этой области высоких результатов, даже не смотря на то, что Московская область отличается слабым развитием высшего образования, т.к. эту функцию образовательного центра для неё выполняет Москва. Система образования в этой области развивается в следующих направлениях[36]:

— Разработаны модели нормативного научно-методического и правового обеспечения введения и реализации федерального государственного образовательного стандарта начального общего, основного общего и среднего общего образования.

— Разработаны модели профильного обучения, обеспечивающие реализацию приоритетных направлений социально-экономического развития Московской области, научно-методического и кадрового обеспечения профилактической и коррекционной работы с детьми с ограниченными возможностями здоровья;

Изучая диаграмму (Рисунок), можно заметить, как и у остальных регионов, смещение влево относительно среднего ученика.

2.1.5 Пензенская область

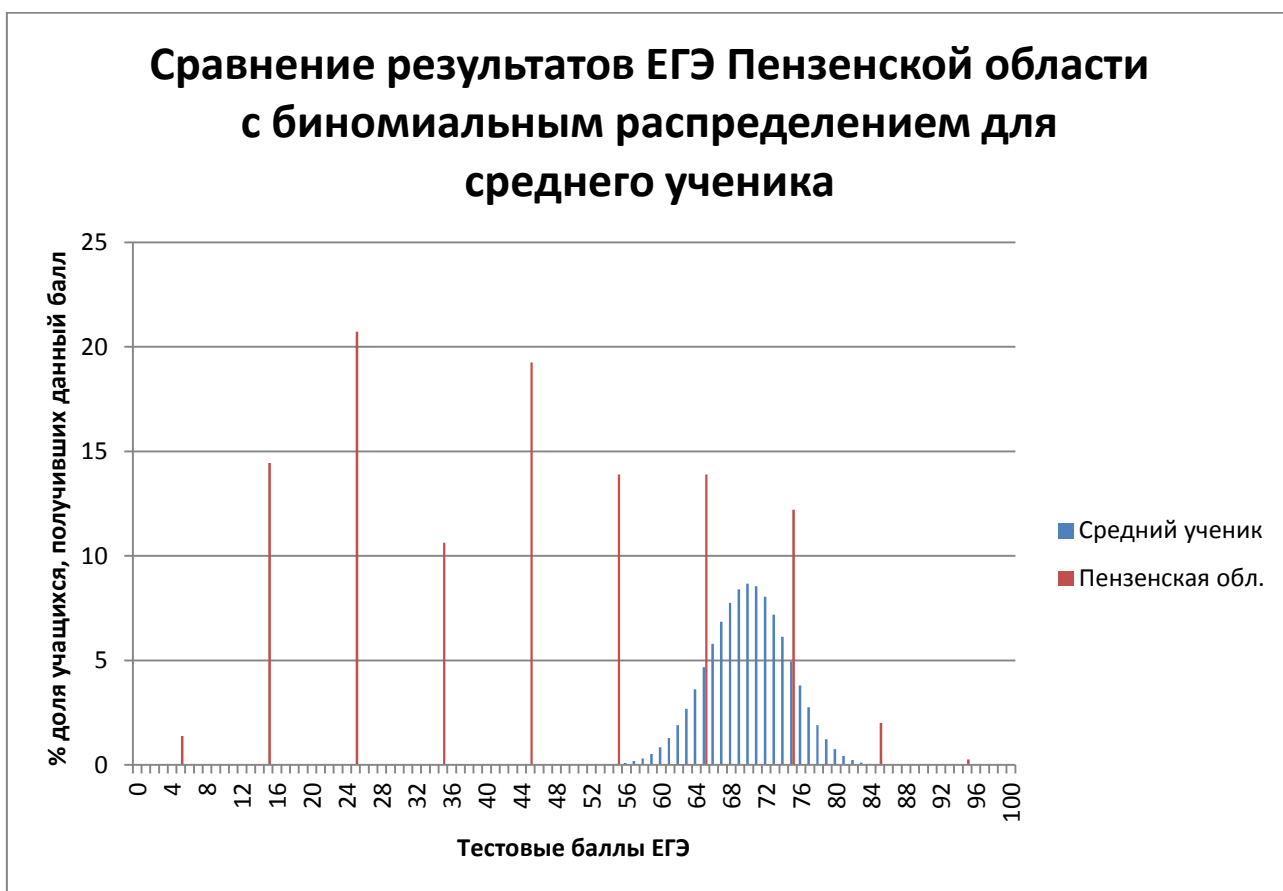


Рисунок 7

В Пензенском регионе развита инфраструктура для активного отдыха, различные музеи и прочие сооружения исторической направленности. Что касается системы образования, то в последние годы активно развивается дистанционное обучение, вводится ФГОС (Федеральный государственный образовательный стандарт), программы курсовой подготовки (модулей) повышения квалификации руководителей и учителей для работы в соответствии с новыми ФГОС[36].

В этом регионе нет мощного информативного центра, как, например, города Екатеринбурга в Свердловской области или города Томска в Томской области. Можно ожидать, что в подобном регионе математическая подготовка несколько будет ниже ожидаемой. Исследуя диаграмму, можно заметить, что это действительно так: результаты смещены влево относительно среднего ученика. В диапазоне 40-49 баллов имеется значительное падение % доли получивших такой балл, а следовательно результаты этого региона не подчиняются нормальному распределению.

2.1.6 Свердловская область

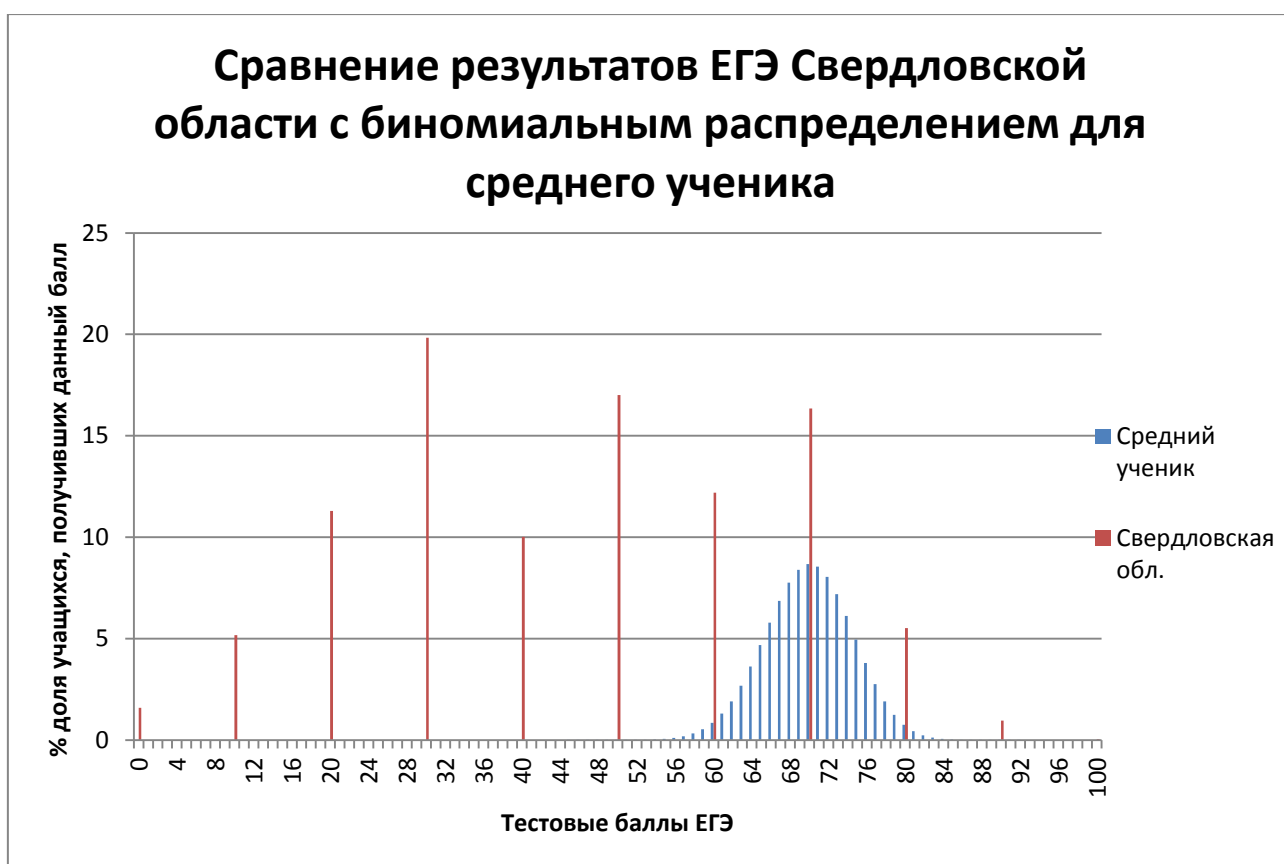


Рисунок 8

Свердловская область – крупная, экономически развитая территория России, с высоким уровнем различной деловой, общественной и культурной деятельностью, один из наиболее перспективных субъектов Российской Федерации [38]. Занимает одно из лидирующих мест по объему произведенной промышленной продукции.

Выделим приоритетные направления в образовании для этого региона[39]:

- 1) обеспечение доступности дошкольного образования для детей в возрасте от 3 до 7 лет;
- 2) обеспечение доступности качественного общего образования, соответствующего требованиям инновационного социально-экономического развития Свердловской области;

3) обеспечение доступности качественных образовательных услуг в сфере дополнительного образования в Свердловской области;

4) создание условий для сохранения здоровья и развития детей в Свердловской области;

5) обеспечение соответствия качества профессионального образования требованиям инновационного развития социально-экономического комплекса Свердловской области;

6) развитие системы патриотического воспитания граждан Свердловской области, формирование у граждан патриотического сознания, верности Отечеству, готовности к выполнению конституционных обязанностей, гармонизация межнациональных и межконфессиональных отношений, профилактика экстремизма и укрепление толерантности, поддержка казачества на территории Свердловской области;

7) материально-техническое обеспечение системы образования в Свердловской области в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов;

8) обеспечение общеобластных мероприятий, направленных на социальную и государственную поддержку талантливых детей, педагогических работников, образовательных организаций, кадетского движения.

Можно полагать, что в подобном регионе должен быть высокий уровень математической подготовки. Однако, сравнивая найденные результаты ЕГЭ по профильной математике с ожидаемыми, можно заметить, что они значительно смещены влево, по сравнению со «средним» учеником. Исходя из данных диаграммы можно заметить, что у региона 3 моды: 30 баллов, 50 и 70, а значит результаты ЕГЭ в регионе не подчиняются нормальному распределению.

2.1.7 Томская область

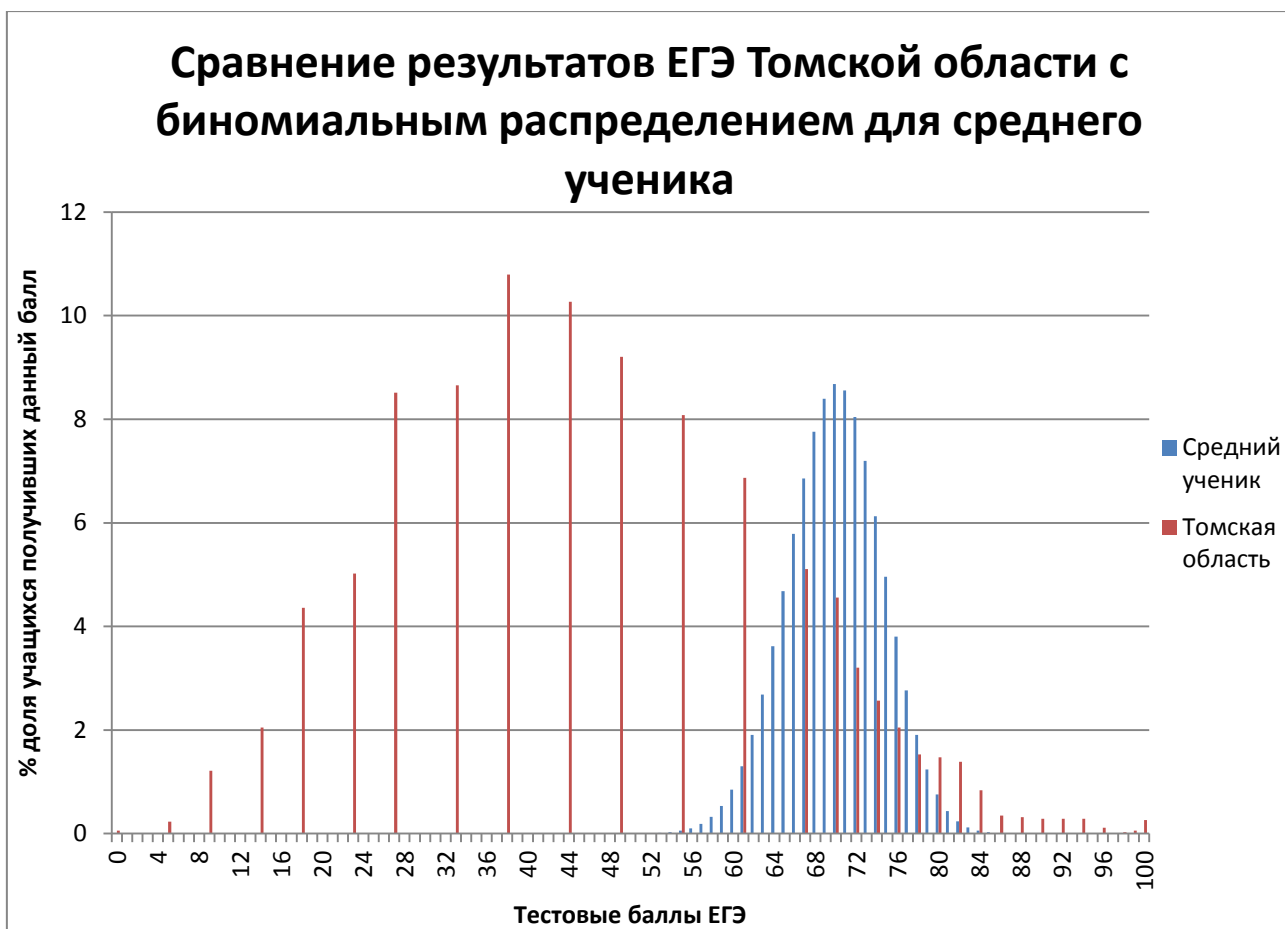


Рисунок 3

Томск является одним из крупных информативных центров. В нём активно развивается энергетика, производятся медицинская техника и есть множество различных машиностроительных предприятий.

По части развития системы образования в Томской области можно выделить следующие пункты[40]:

- 1) обеспечение интеграции системы высшего образования в региональное, межрегиональное, федеральное и международное образовательное пространство;
- 2) развитие инновационного сектора образования в системе высшего образования;
- 3) создание условий для развития и реализации образовательного и научного потенциала организаций НОК;

4) создание условий для вовлечения в экономический оборот результатов научной деятельности, созданных в организациях НОК;

5) содействие в развитии непрерывного и дополнительного образования и подготовке профессиональных кадров (в части высшего образования).

Исходя из этого, можно предположить, что в этом регионе высокий спрос на инженерные специальности, следовательно, должна быть усилена и математическая подготовка. Изучая данные из диаграммы можно заметить, что и в этом регионе результаты смещено влево, относительно среднего студента. В отличие от предыдущих, в этой области лишь одна мода – 39 баллов и этот регион является близким к нормальному распределению.

Во всех семи исследуемых регионах наблюдается смещение влево, относительно «среднего студента». Таким образом, можно сделать вывод, что лишь небольшая часть выпускников продемонстрировала способность и результат, действительно способна и мотивирована к освоению на должном профессиональном уровне математических, естественнонаучных и инженерных дисциплин. Ситуацию не исправить без кардинального улучшения качества школьного образования, прежде всего, математического и естественнонаучного. Это говорит о том, что необходимы изменения в нынешней системе математического образования, повышения его качества. На основе этих данных можно утверждать, что в регионе не будет массового обновления инженерно-технических кадров молодыми профессиональными и мотивированными выпускниками технических вузов в ближайшем будущем. Хотя Правительство РФ декларирует понимание ценности национального математического образования, о чем свидетельствует, например, принятая в 2013 г. «Концепция развития математического образования в РФ» [41], серьезных усилий, способных кардинально улучшить ситуацию, предпринято так и не было.

2.2 Сравнения результатов между регионами

Основной целью работы является проверка того, что действительно ли ЕГЭ сдается лучше в регионах близь крупных городов, информационных центров, нежели в регионах без них. Вполне можно предположить, что с нынешним развитием информационных технологий, в обычных сельских школах ученики имеют все шансы быть не хуже учеников из крупных городов, в том числе и учащихся лицеев и других заведений, где математика преподается на более высоком уровне. Минимизировать эту разницу способен, помимо прочего, интернет. Открытый доступ к информации позволяет многому научиться самостоятельно, обучающие ролики вполне могут с некоторой долей заменить учителя, а различные форумы подсказать, как разрешить ту или иную проблему. Кроме того, вполне возможно и репетиторство с помощью различных программ, например – skype, который позволит обучаться у хорошего преподавателя, который находится на значительном расстоянии от ученика. Напротив же, в более крупных информационных центрах должны быть лучше учителя и больше возможностей: будь то различные олимпиады, или просто лучшие школы и лицеи. И, если раньше можно было с уверенностью сказать, что лучшая школа могла гарантировать лучшие результаты, то теперь можно задаться вопросом, способно ли возможность самообучению компенсировать это.

Гипотезы:

H0: разница в результат ЕГЭ между регионами с крупными центрами и маленькими незначительна.

H1: разница в результат ЕГЭ между регионами с крупными центрами и маленькими существенна.

Так как данные были найдены в самых разных видах, было принято решение привести их всех к общему виду: диапазону в 10 единиц, 0-9, 10-19,

20-29, 30-39 и т.д. Полученные данные находятся в Таблица П. и Таблица П. из [Приложения 3]. Так же проведем попарное сравнение для регионов с помощью критерия Пирсона χ^2 .

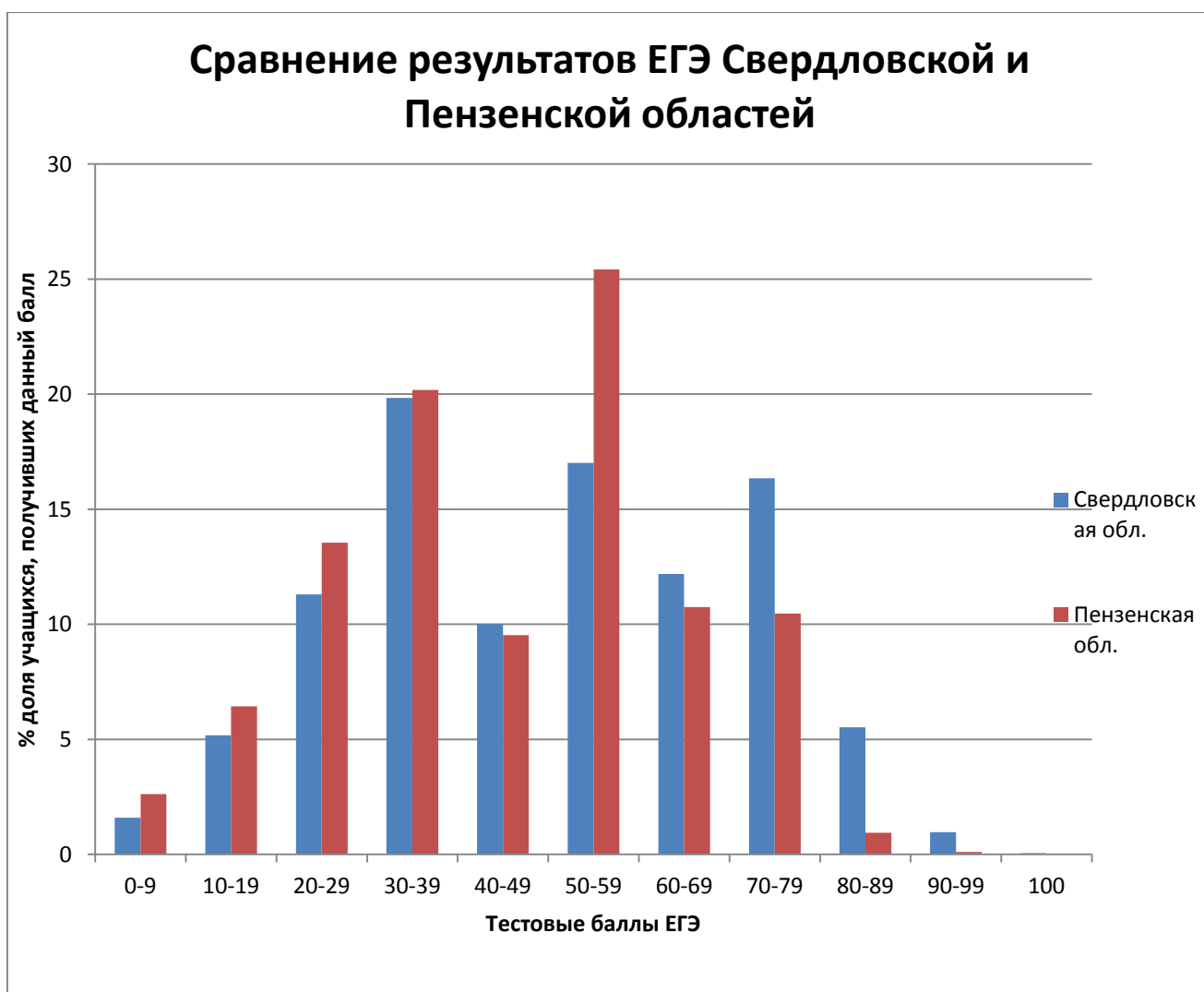


Рисунок 4

Сравнивая результаты ЕГЭ Свердловской и Пензенской областей (Рисунок 4), можно заметить, что, в целом, различия между ними невелики. Низких баллов (<50) в Свердловской области меньше, тогда как высоких (80-89 и 90-99) больше в разы. На основе этого можно сделать вывод, что образование в Свердловской области лучше, но несущественно.

Вычислим $\chi^2_{\text{эмп}}$

Таблица 1. Вычисление $\chi^2_{\text{эмп}}$ для Свердловской области

N	Эмп. частота	Теор. частота	$f_{\text{эмп}} - f_{\text{теор}}$	$(f_{\text{эмп}} - f_{\text{теор}})^2$	$\frac{(f_{\text{эмп}} - f_{\text{теор}})^2}{f_{\text{теор}}}$
1(0-9 баллов)	1.591895803	9.09	-7.4981041	56.22	6.185
2(10-19 баллов)	5.175789563	9.09	-3.9142104	15.32	1.685
3(20-29 баллов)	11.29650123	9.09	2.20650123	4.87	0.536
4(30-39 баллов)	19.83485145	9.09	10.74485145	115.45	12.701
5(40-49 баллов)	10.01957947	9.09	0.92957947	0.86	0.095
6(50-59 баллов)	17.00859794	9.09	7.91859794	62.7	6.898
7(60-69 баллов)	12.19034647	9.09	3.10034647	9.61	1.057
8(70-79 баллов)	16.34459862	9.09	7.25459862	52.63	5.79
9(80-89 баллов)	5.524814846	9.09	-3.5651851	12.71	1.398
10(90-99 баллов)	0.961947731	9.09	-8.1280522	66.07	7.268
11(100 баллов)	0.051076871	9.09	-9.0389231	81.7	8.988
Сумма					52.601

Вычислим по аналогии и для Пензенской области и сравним полученные результаты.

$$\chi^2_{\text{Пенз}} = 65.835$$

$$\chi^2_{\text{Свердл}} = 52.601$$

$$\chi^2_{\text{Пенз}} > \chi^2_{\text{Свердл}}$$

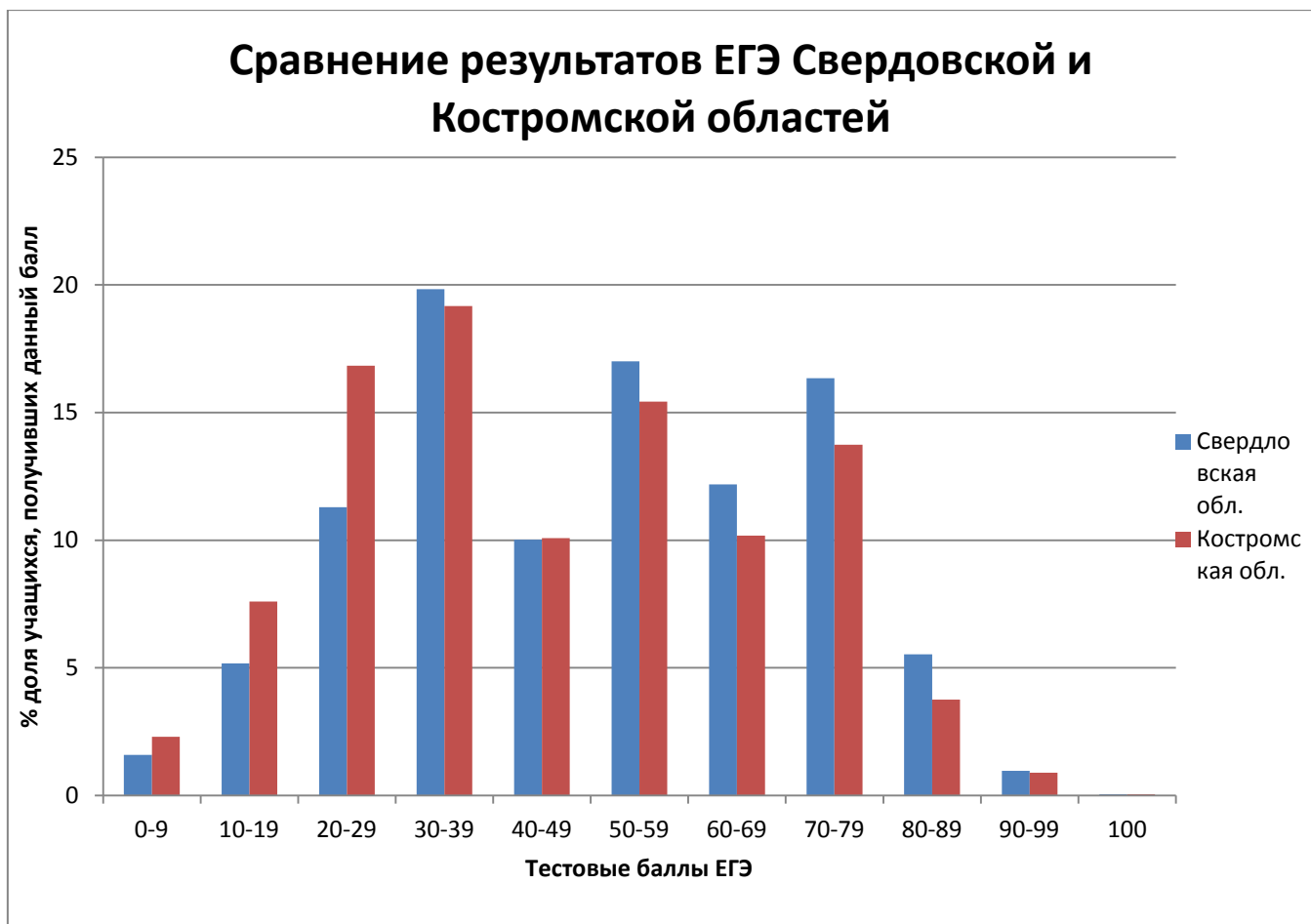


Рисунок 5

Изучая диаграмму (Рисунок 5) можно отметить несущественную разницу в результатах. В диапазоне до 50 баллов можно сказать, что результаты Костромской области хуже, чем у Свердловской, соответственно, результаты Свердловской области лучше в диапазоне от 50 баллов, но, несущественно.

$$X^2_{\text{Кострм}} = 49.657$$

$$X^2_{\text{Свердл}} = 52.601$$

$$X^2_{\text{Свердл}} > X^2_{\text{Кострм}}$$

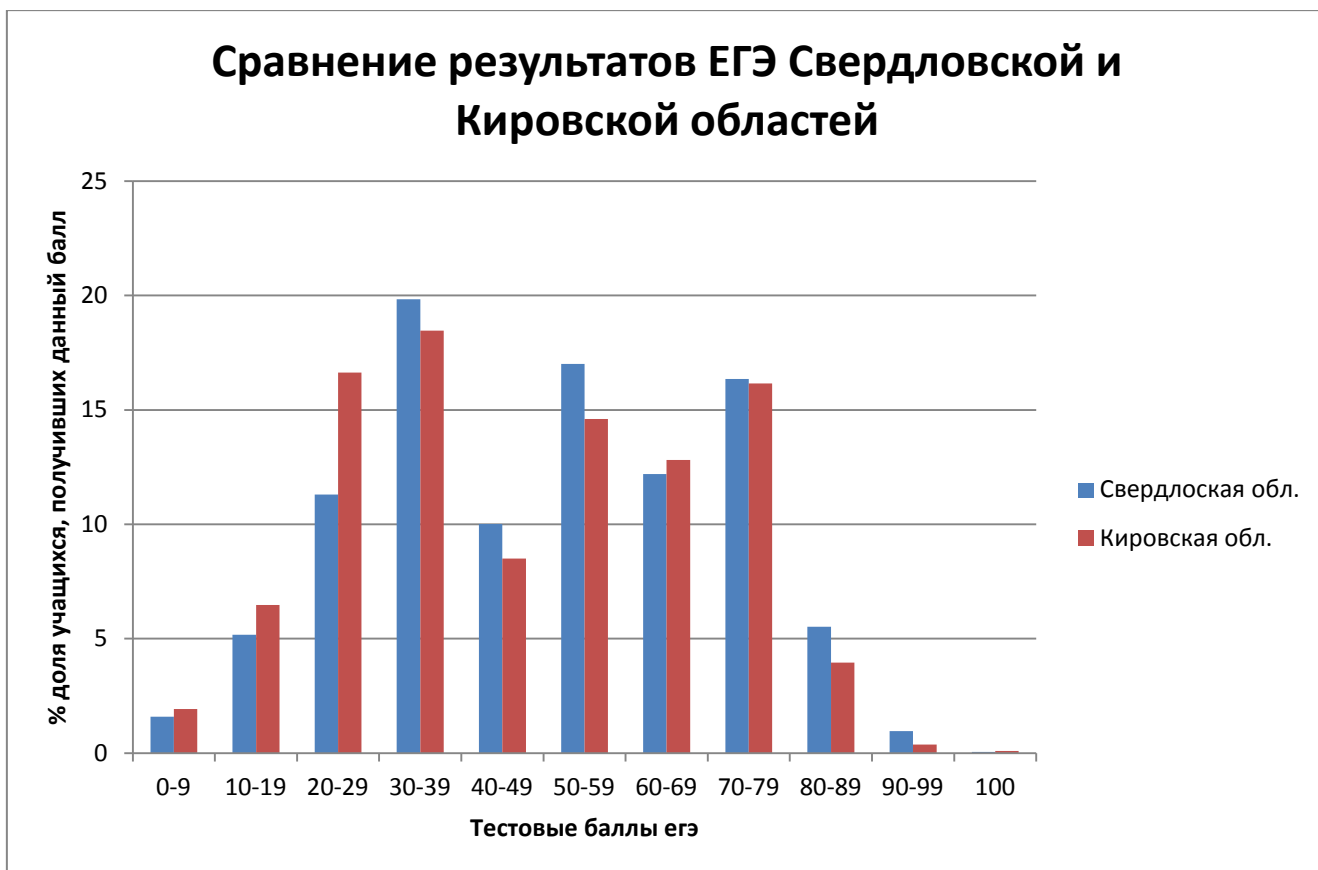


Рисунок 6

Из данной диаграммы(Рисунок 6) видно, что результаты Кировской области хуже Свердловской, но незначительно. Можно наблюдать, что результаты этой области несколько смещены влево, особенно это видно до 30 баллов, где у Кировской области результаты хуже, в сравнении со Свердловской областью.

$$X_{\text{Киров}}^2 = 52.864$$

$$X_{\text{Свердл}}^2 = 52.601$$

$$X_{\text{Киров}}^2 > X_{\text{Свердл}}^2$$

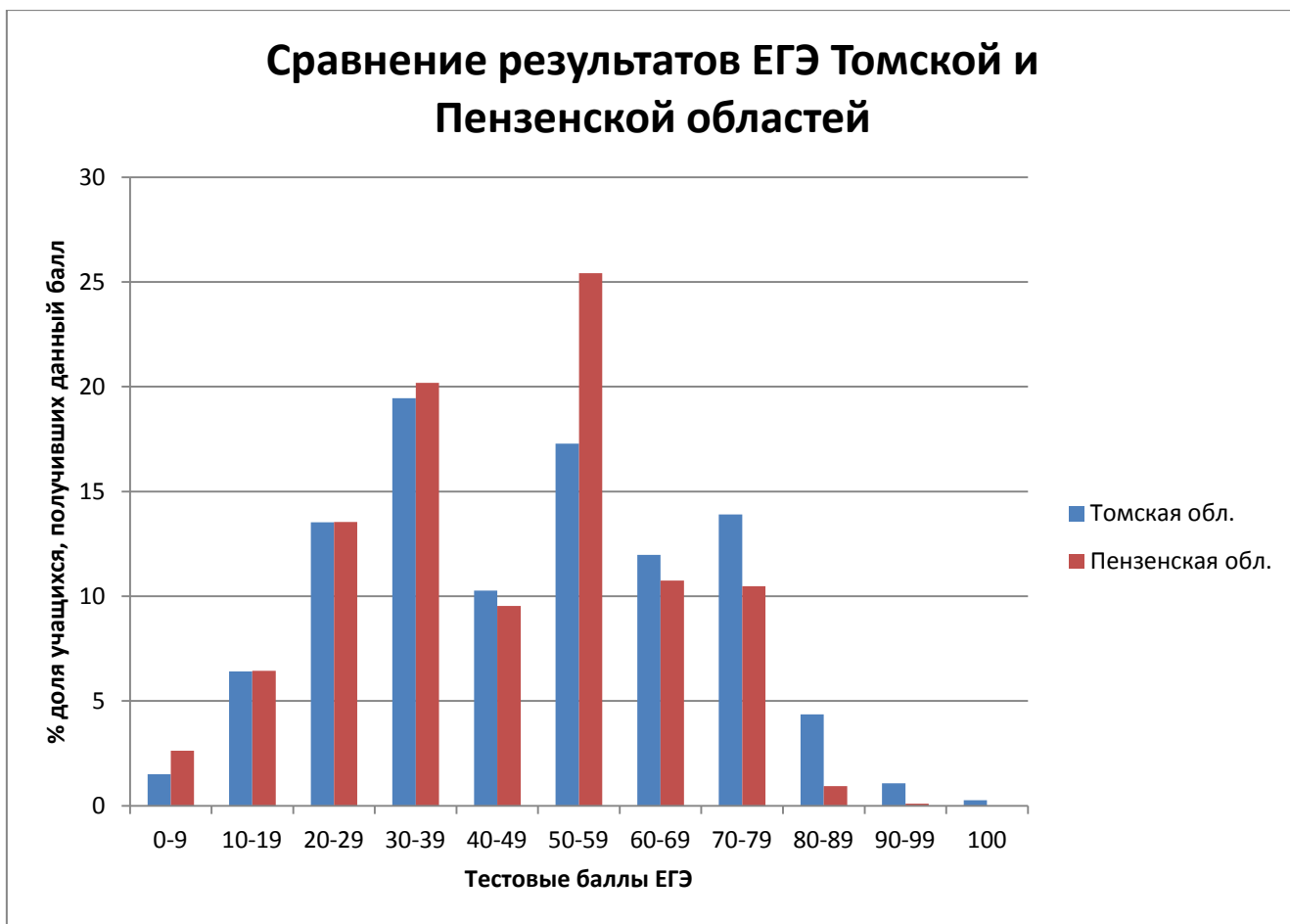


Рисунок 7

Сравнивая две эти области (Рисунок 7), можно заметить практически равные результаты до 50 баллов. В диапазоне от 50 до 59 значительно лидирует Пензенская область, в то время как Томская начинает показывать хорошие результаты от 60 баллов, а начиная с 80, доля учащихся из Томской области, получившая данный балл, становится больше в разы.

$$X^2_{\text{Пенз}} = 65.835$$

$$X^2_{\text{Томск}} = 50.226$$

$$X^2_{\text{Пенз}} > X^2_{\text{Томск}}$$

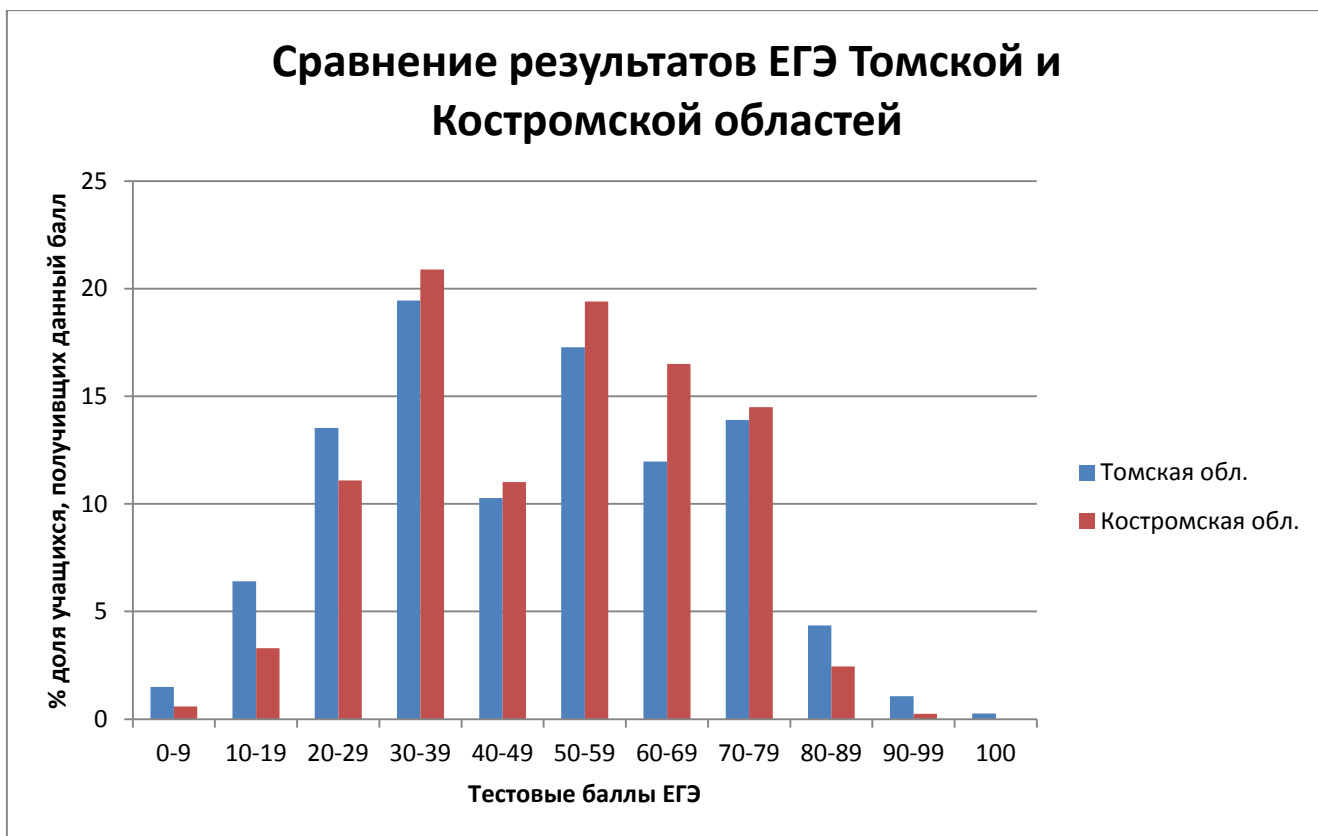


Рисунок 8

Изучая диаграмму(Рисунок 8) можно заметить, что Томская область чуть хуже в диапазоне 0-30 баллов, но, в то же время лучше на диапазоне 80-100 баллов. Результаты же Костромской области, при которых её % доля учащихся выше, сосредоточены, в основном, в диапазоне 50-80 баллов. Учитывая эти факты, можно сказать, что в целом, регионы примерно равны.

$$X^2_{\text{Кострм}}=49.657$$

$$X^2_{\text{Томск}}=50.226$$

$$X^2_{\text{Томск}} > X^2_{\text{Кострм}}$$

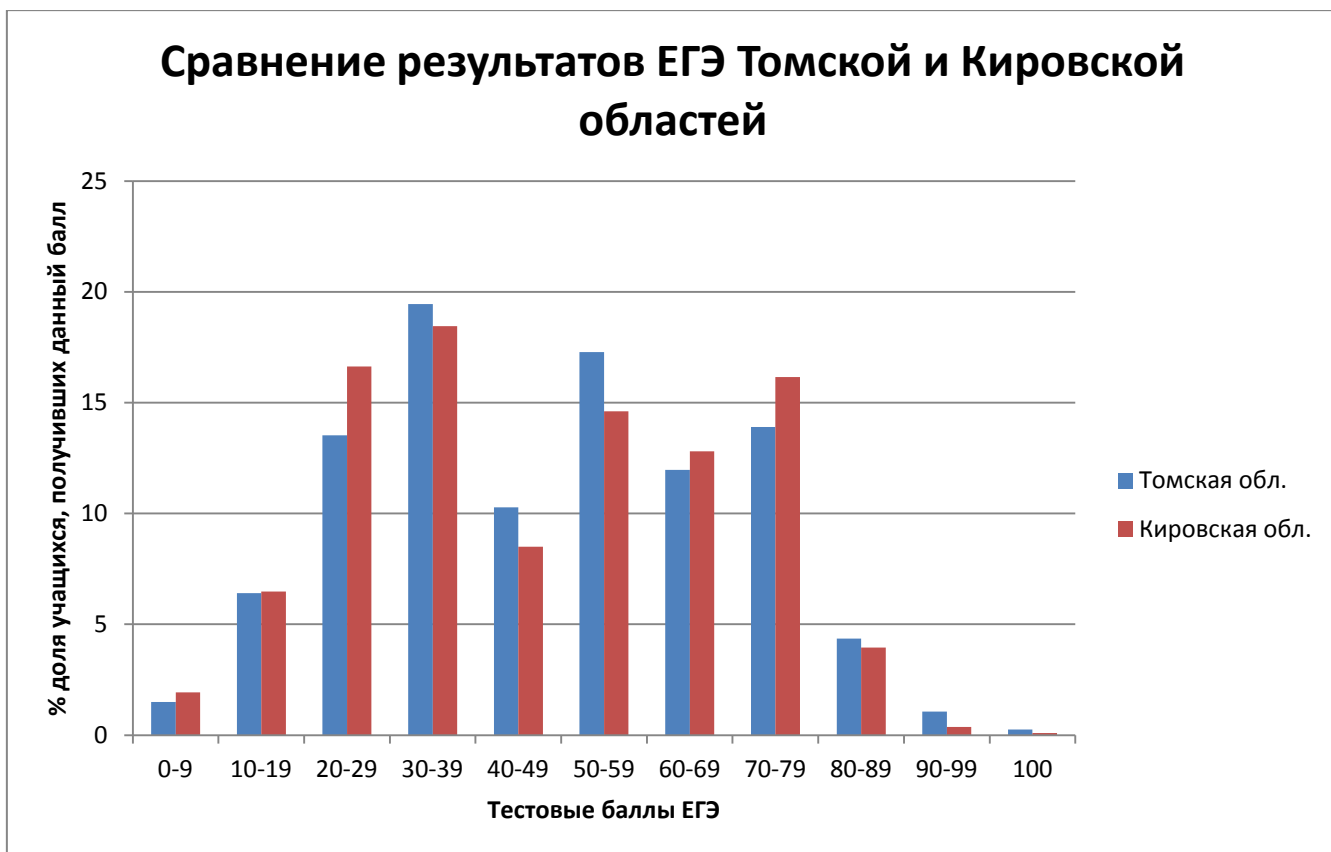


Рисунок 9

Исходя из диаграммы (Рисунок 9), области имеют примерно равные результаты в диапазоне 0-19 баллов, затем, поочередно, на отрезках 20-29 сначала лучше результаты у Томска, затем, на 30-39, у Кировской области. В результатах 40-69 регионы так же примерно равны, поочередно имея незначительный отрыв в % доле учащихся. В результатах диапазона 80-89 баллов разница так же мала, но в 90-100 баллах Томск значительно лидирует.

$$X_{\text{Киров}}^2 = 52.864$$

$$X_{\text{Томск}}^2 = 50.226$$

$$X_{\text{Киров}}^2 > X_{\text{Томск}}^2$$

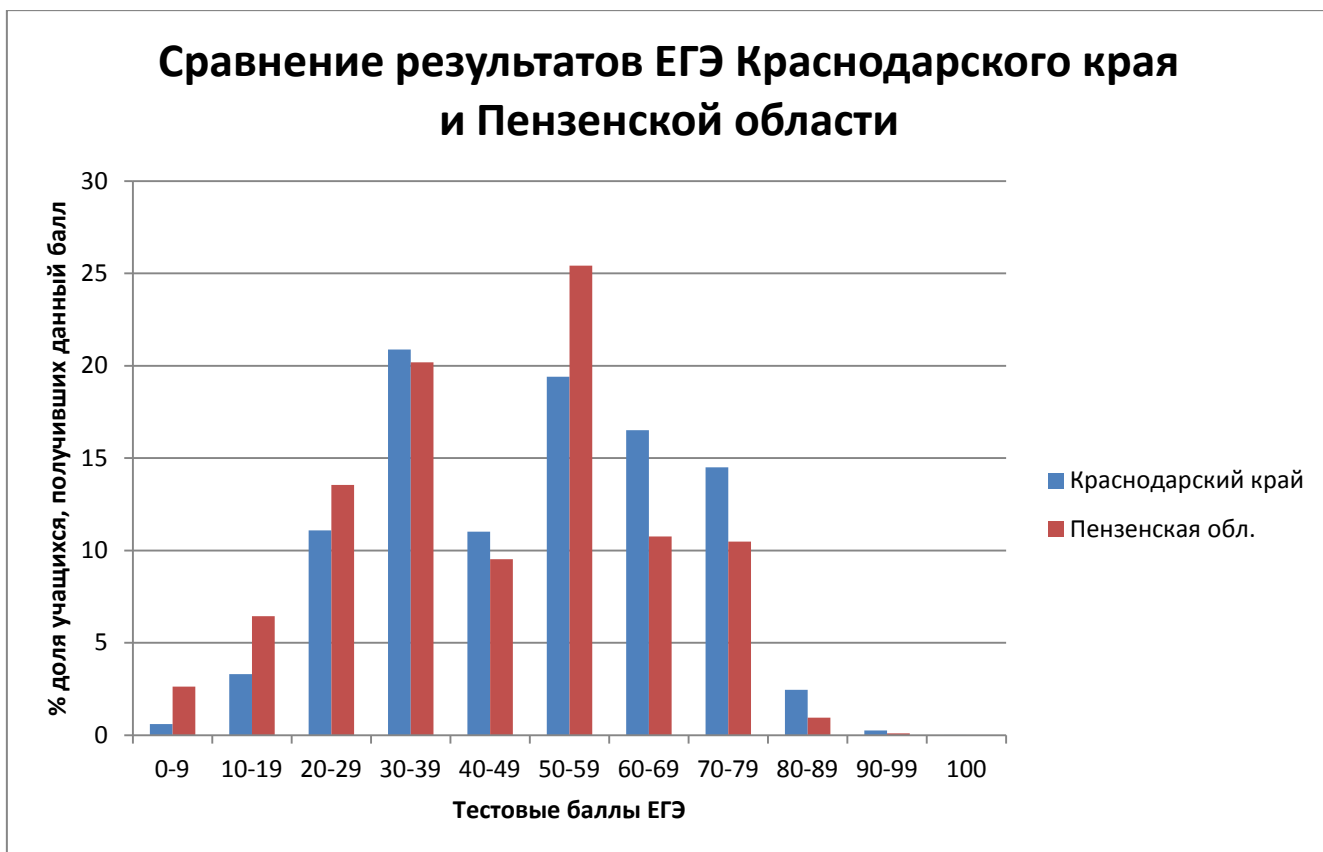


Рисунок 10

В диапазоне 0-29 Краснодарский край показывает лучшие результаты, нежели Пензенская область: доля учащихся получивших столь низкие баллы там ниже. 30-49 баллов, незначительно, но больше, получила доля учащихся из Краснодарского края. Можно заметить, что наибольшие результаты Пензенской области находятся в диапазоне 50-59 баллов, и, сразу после этого диапазона, Краснодарский край лидирует в количестве учащихся, получившие более высокие баллы на диапазоне 60-100 баллов.

$$X^2_{\text{Крас. край}} = 71.279$$

$$X^2_{\text{Пенз}} = 65.835$$

$$X^2_{\text{Крас.край}} > X^2_{\text{Пенз}}$$

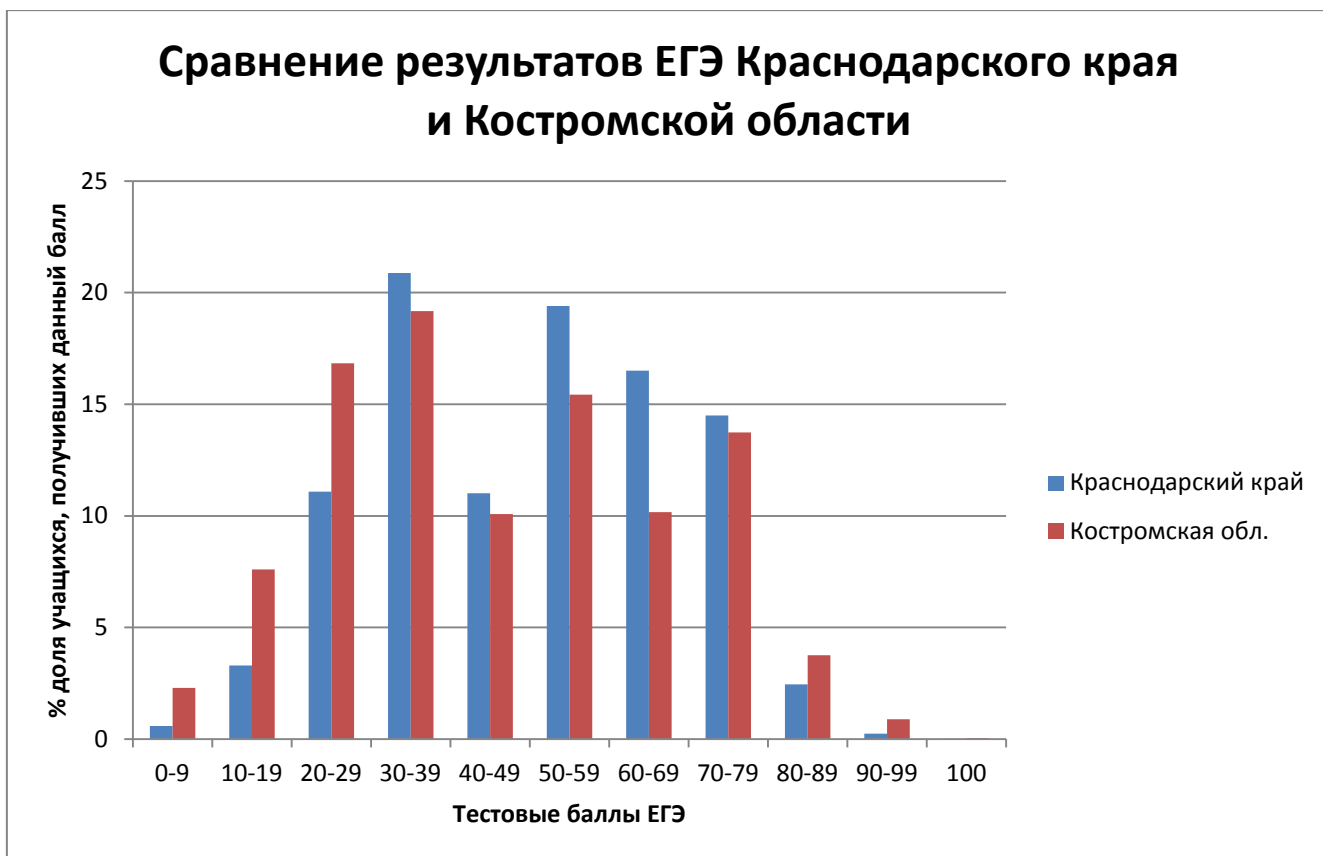


Рисунок 11

Исходя из данных на диаграмме (Рисунок 11), у Краснодарского края лучше результаты до 30 баллов, доля учащихся получивших столь низкие оценки мала, в сравнении с Костромской областью, и разница в некоторых случаях, например на диапазоне 10-19 баллов, составляет почти в два раза. Основная масса учеников Краснодарского края занимает лидирующие позиции в диапазонах 30-79, по сравнению с Костромской областью. Но, в то же время, Костромская область имеет более высокий % доли учащихся в диапазоне от 80 до 100.

$$X^2_{\text{Крас. край}} = 71.279$$

$$X^2_{\text{Кострм}} = 49.657$$

$$X^2_{\text{Крас.край}} > X^2_{\text{Кострм}}$$

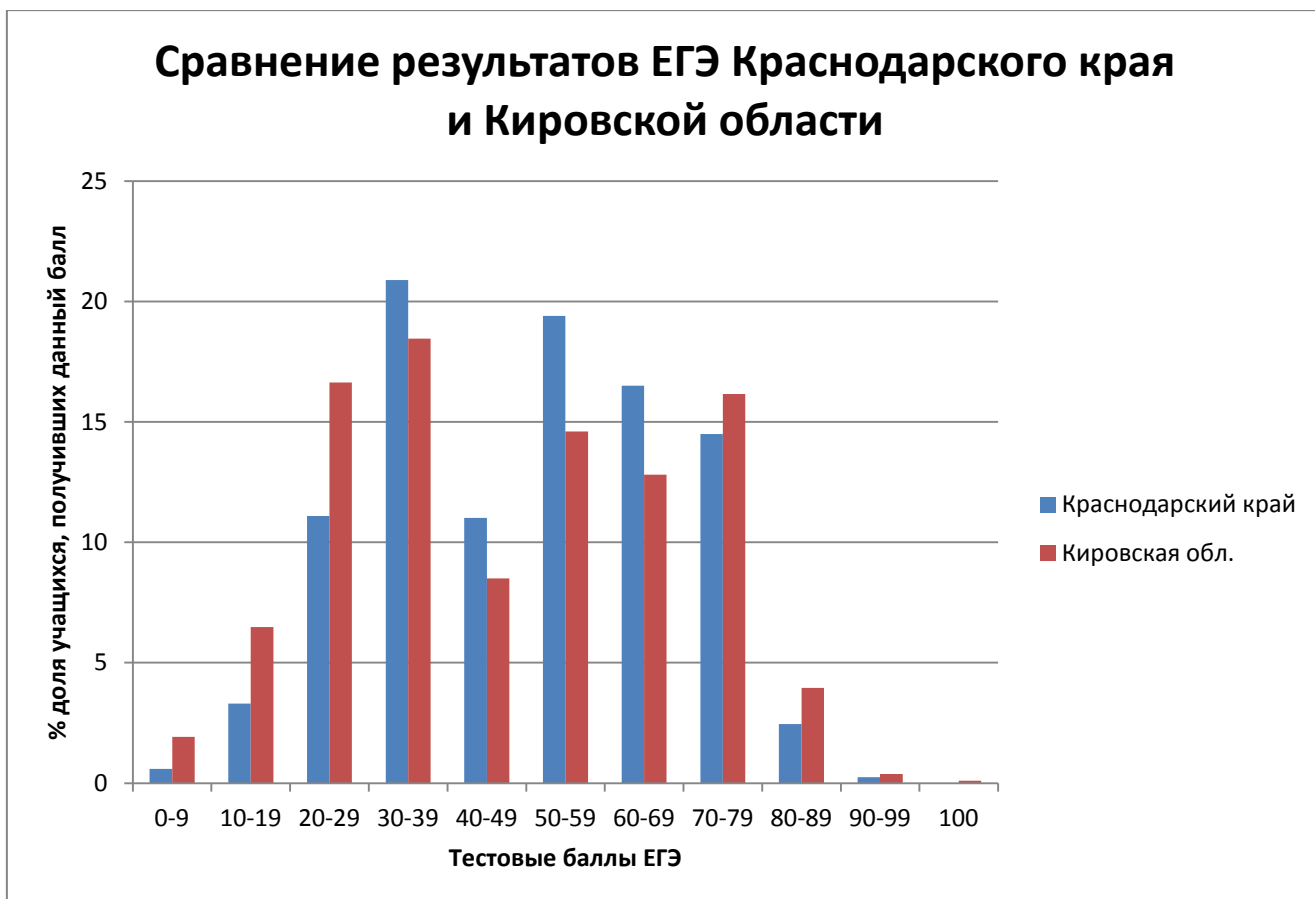


Рисунок 12

В диапазоне низких баллов (<30) Кировская область имеет более плохие результаты: процентная доля учащихся там выше, нежели у Краснодарского края. В средних баллах (40-70) процентная доля учащихся у Краснодарского края выше, но, ближе к ста баллам, на диапазоне 70-100, Кировская область имеет больший % учащихся.

$$X^2_{\text{Крас. край}} = 71.279$$

$$X^2_{\text{Киров}} = 52.864$$

$$X^2_{\text{Крас.край}} > X^2_{\text{Киров}}$$

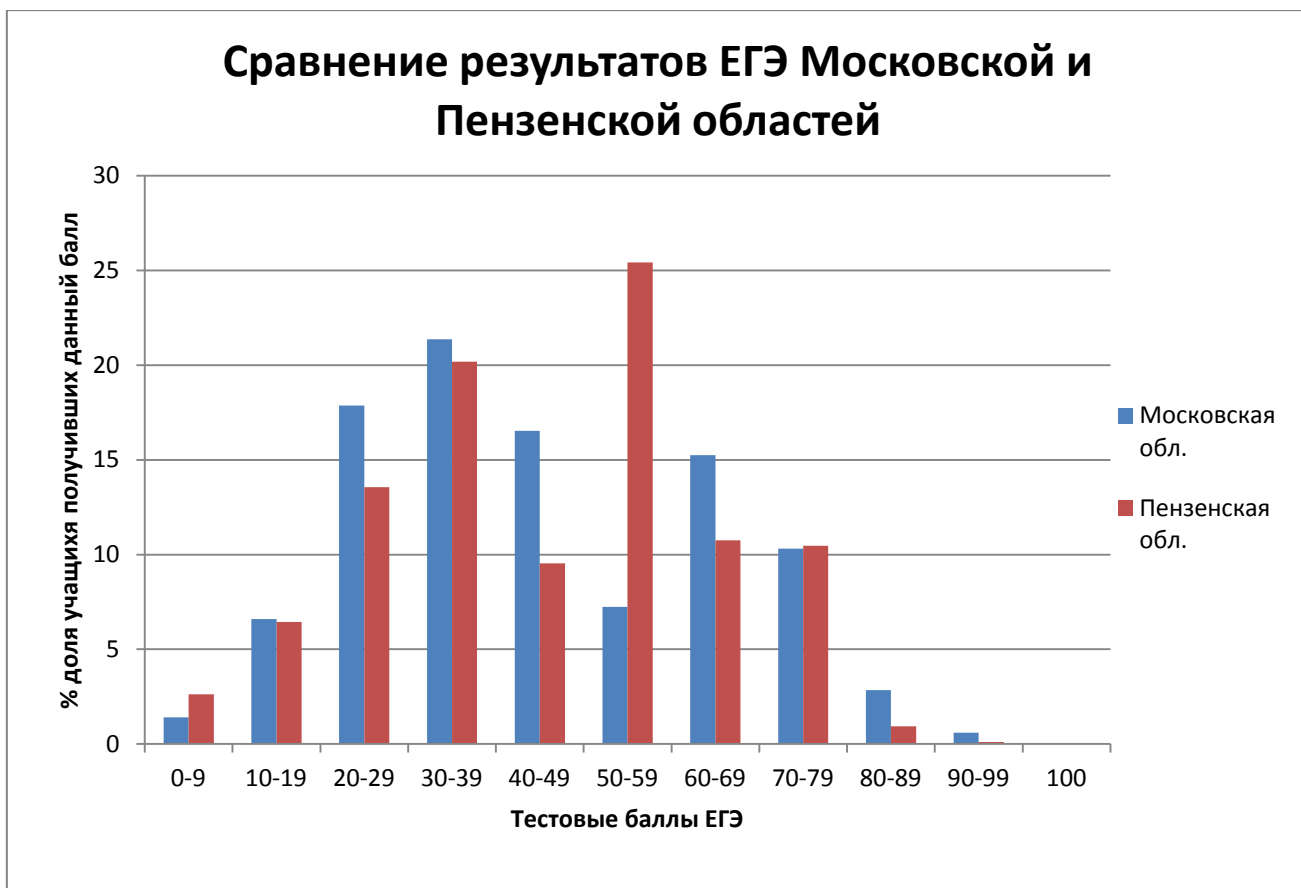


Рисунок 13

Сравнивая данные с диаграммы (Рисунок 13), отметим, что Пензенская область имеет наибольшую процентную долю учащихся, по сравнению с Московской, в диапазоне 50-59, и меньшую долю в диапазонах 40-49 и 60-69. При высоких баллах(>80) процентная доля учащихся из Московской области значительно выше. В остальных диапазонах регионы примерно равны.

$$X^2_{\text{Моск.обл}}=64.322$$

$$X^2_{\text{Пенз}}=65.835$$

$$X^2_{\text{Моск.обл}} < X^2_{\text{Пенз}}$$

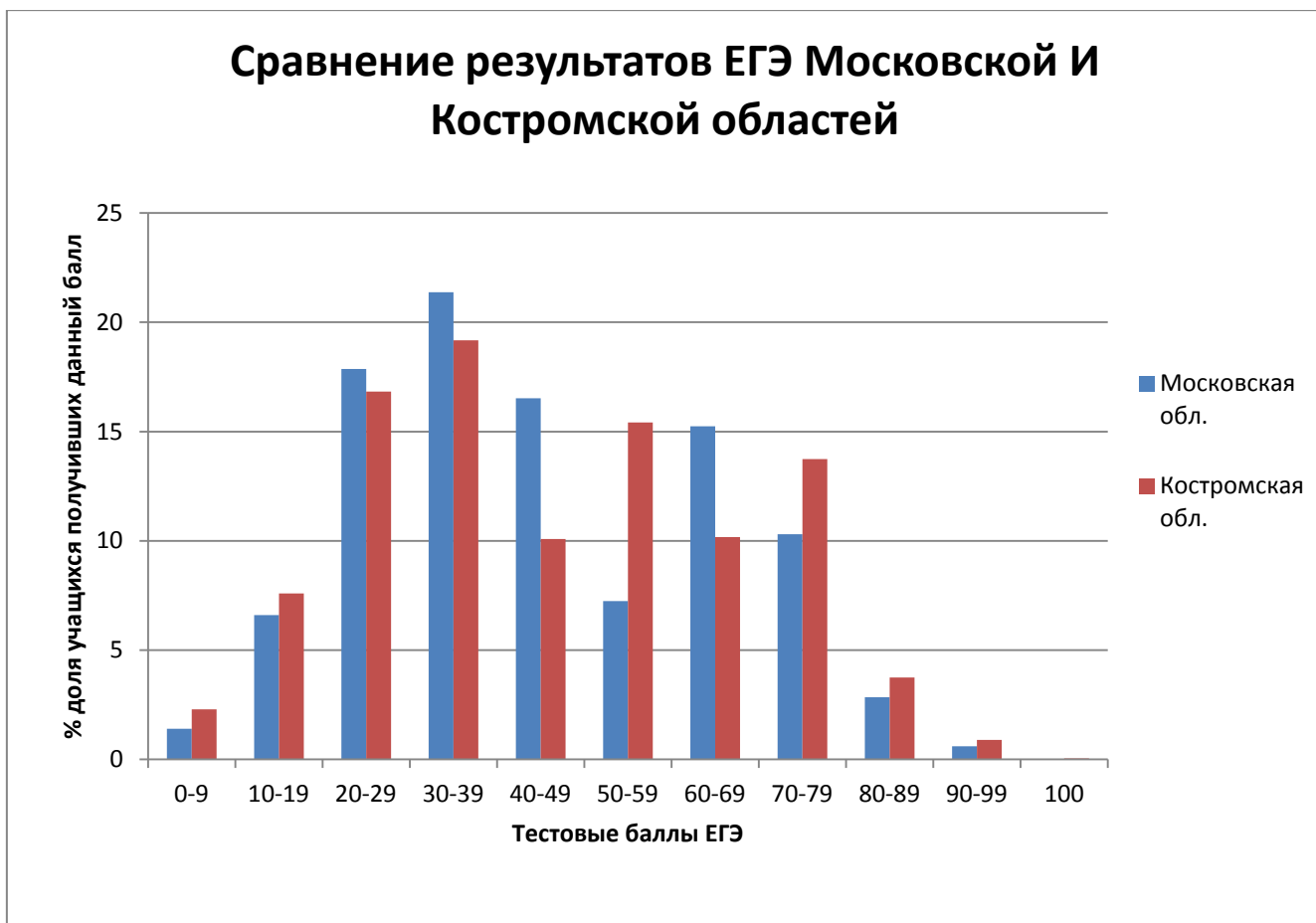


Рисунок 14

Сравнивая эти две области по диаграмме на Рисунок 14, отметим, что Московская область, в целом, хуже: процентная доля учащихся, получившая низкие(<50) баллы у неё выше. Можно сказать, что результаты Костромской области лучше, т.к. видно, что её балы на диапазоне 70-100 лучше, в сравнении с Московской областью.

$$X^2_{\text{Моск.обл.}}=64.322$$

$$X^2_{\text{Кострм}}=49.657$$

$$X^2_{\text{Моск.обл.}} > X^2_{\text{Кострм}}$$

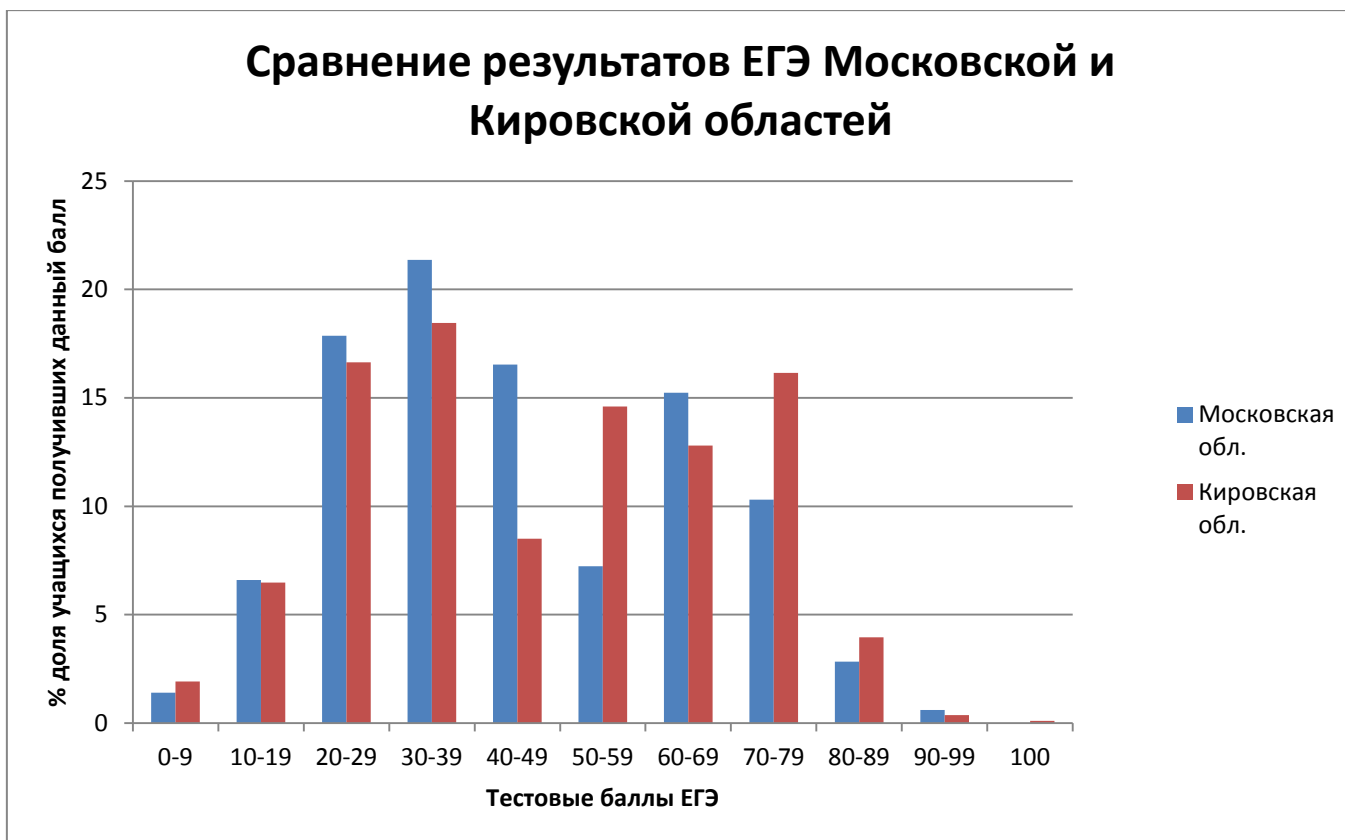


Рисунок 15

Анализируя данную диаграмму (Рисунок 15) можно увидеть, что процентная доля учеников Московской области больше в диапазоне до 50 баллов, по сравнению с Кировской областью. Исходя из этого можно судить, что в целом, результаты Кировской области лучше: при 70-89 баллах она опережает Московскую область, а в диапазоне 90-99 обе области примерно равны.

$$X^2_{\text{Моск.обл.}}=64.322$$

$$X^2_{\text{Киров}}=52.864$$

$$X^2_{\text{Моск.обл.}} > X^2_{\text{Киров}}$$

Подведем итоги этого раздела. Исходя из полученных данных можно заключить, что разница между регионами с крупными информативными центрами и регионами без них, есть, но она незначительна. Более того, в некоторых сравнениях можно заметить, что процентная доля учеников, получивших высокие баллы ЕГЭ (>75) больше в регионах без крупных

информативных центров, например это видно при сравнении Краснодарского края и Кировской области (Рисунок 12), а так же Краснодарского края и Костромской области(Рисунок 11), на основании этого можно сделать вывод, что в Краснодарском крае наиболее слабое образование, если дело касается подготовки выпускников, получающих высокие(>75) баллы по ЕГЭ профильной математики.

Заключение

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы полностью решены поставленные задачи:

Проведен поиск статистических данных по результатам ЕГЭ за 2016 год по предмету математика профильная. Проведен первичный анализ данных и построение диаграмм с помощью персонального компьютера для различных регионов.

С помощью формулы Бернулли построена диаграмма гипотетической модели «среднего учащегося» биномиального распределения с $p=0.7$ и $q=0.3$. Количественно определено понятие «среднего учащегося», который по традиционной пятибалльной шкале соответствует пограничной оценке между «удовлетворительно» и «хорошо». Биномиальное распределение для «среднего студента (учащегося)» принято в качестве опорного при анализе эмпирических распределений, построенных по результатам ЕГЭ.

С помощью применения одностороннего критерия Пирсона χ^2 выявлено, что модель биномиального распределения «среднего студента» почти точно описывается моделью нормального распределения.

Было проведено сравнение статистических данных для «среднего учащегося» и различных регионов. На основе полученных результатов можно заключить, что общий уровень образования ниже того, что обещает нам биномиальное распределение, что выражается в виде смещения на диаграмме тестовых баллов для наибольших групп выпускников левее в сравнении со «средним учеником». Хотя и образование стало лучше, в сравнении с предыдущим годом, этого всё равно недостаточно для подготовки специалистов высокого уровня.

На основе сравнения более крупных регионов с меньшими можно заключить, что различия между ними в результатах ЕГЭ незначительны. Следовательно, можно полагать, что в нынешнее время информация стала куда доступнее и школьники из разных частей страны имеют более равные условия в

подготовке, чем было прежде. Это можно было бы считать положительной тенденцией, если бы не тот факт, что общий уровень ниже того, которое предполагает биномиальное распределение.

Таким образом, при подготовке настоящей ВКР были решены поставленные задачи, цель, состоящая в изучении результатов ЕГЭ в различных регионах, достигнута.

Список литературы

1. Приказ Минобрнауки России "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки «01.03.02 – Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата)»" от 14.04.2015 № 36844.
2. Приказ Минобрнауки России от 05.08.2014 N 923 "О внесении изменений в порядок проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 26 декабря 2013 г. N 1400" (Зарегистрировано в Минюсте России 15.08.2014 N 33604) / Собрание законодательства Российской Федерации – Режим доступа: <http://минобрнауки.рф/документы/2974>
3. ЕГЭ: от идеологии к технологии [Электронный ресурс] // Полит.ру URL: <http://polit.ru/article/2007/10/31/ege/> (дата обращения: 20.05.2017).
4. Собкин В.С., Маркина О.С., Адамчук Д.В., Баранова Е.В., Ткаченко О.В. Учитель о влиянии ЕГЭ на качество школьного образования // Социология образования. труды по социологии образования. М.: Федеральное государственное научное учреждение "Институт социологии образования" Российской академии образования, 2009. С. 179 – 214.
5. Федерализм, региональная политика, субъекты РФ [Электронный ресурс] URL: <http://novrosen.ru/Russia/regions/kras.htm> (дата обращения 20.05.17)
6. Иванов А. В. Школа без ЕГЭ: на пути к преодолению катастрофы // Математика в школе. 2015. №6. С. 5 – 19.
7. Малышев И. Г. Шкала перевода баллов ЕГЭ как инструмент вождения за нос // Математика в школе. 2015. №7. С. 6 – 9.
8. Аналитический отчет о результатах ЕГЭ по математике 2010 года [Электронный ресурс] // Федеральный Институт Педагогических Измерений URL: <http://fipi.ru/sites/default/files/document/1408710028/mat11.pdf> (дата обращения: 20.05.2017).

9. Аналитический отчет о результатах ЕГЭ по математике 2011 года [Электронный ресурс] // Федеральный Институт Педагогических Измерений
URL: <http://fipi.ru/sites/default/files/document/1408709946/2.1.%20ma-11-11.pdf> (дата обращения: 20.05.2017).
10. Аналитический отчет о результатах ЕГЭ по математике 2012 года [Электронный ресурс] // Федеральный Институт Педагогических Измерений
URL: <http://fipi.ru/sites/default/files/document/1408709880/2.1.pdf> (дата обращения: 20.05.2017).
11. Методические рекомендации по некоторым аспектам совершенствования преподавания математики 2013 года [Электронный ресурс] // Федеральный Институт Педагогических Измерений
URL: <http://fipi.ru/sites/default/files/document/1408709719/MATnew.pdf> (дата обращения: 20.05.2017).
12. Методические рекомендации по некоторым аспектам совершенствования преподавания математики 2014 года [Электронный ресурс] // Федеральный Институт Педагогических Измерений
URL: http://fipi.ru/sites/default/files/document/1425993087/metod_rek_matematika.pdf (дата обращения: 20.05.2017).
13. Сайт с информацией по ЕГЭ [Электронный ресурс] URL: <http://4ege.ru/>
(Дата обращения: 20.05.17)
14. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. Изд. 12-ое – М.: Высш.обр., 2006г – 479с.
15. Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Простая вероятностно-статистическая модель количественной оценки знаний учащихся // Alma mater. 2008. №7. С. 55-61.
16. Бодряков В. Ю., Торопов А. П., Фомина Н. Г. Анализ успеваемости студентов – математиков // Alma mater. 2008. №9. С. 47-51.
17. Бодряков В.Ю., Торопов А.П., Фомина Н.Г. Углубленный статистический анализ динамики успеваемости студентов – математиков при обучении в

- педагогическом вузе // Качество. Инновации. Образование. 2009. №1. С. 6-11.
18. Елисеева И. И., Юзбашев М. М. Общая теория статистики. 5 изд. М.: Финансы и статистика, 2008. 656 с.
19. Сайт правительства РФ [Электронный ресурс] URL: <http://government.ru/> (дата обращения: 10.05.17)
20. Яценко И. В., Семенов А. В., Высоцкий И. Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2015 года по математике// Федеральный Институт Педагогических Измерений 2015г.
21. Иванов А. В. О некоторых итогах ЕГЭ-2015 по математике // Математика в школе. 2016. № 2. С. 42–47.
22. Официальный информационный портал ЕГЭ [Электронный ресурс] // URL: http://ege.edu.ru/ru/news/News/?id_4=22345 (дата обращения 10.05.2017)
23. Статистика ЕГЭ по Кировской области [Электронный ресурс] // Государственная итоговая аттестация в Кировской области ОГЭ, ГВЭ, ЕГЭ URL: - http://reports.43edu.ru/gia/ege_summ.php?sbj=2 (дата обращения 10.05.2017)
24. Статистика ЕГЭ по Костромской области [Электронный ресурс] // ЕГЭ, ОГЭ, ГВЭ, в Костромской области URL: <https://www.ege-kostroma.ru/stat/marks?subj=2&year=16&wave=&oo=&avg=mark> (дата обращения 10.05.2017)
25. Статистика ЕГЭ по Красноярскому краю [Электронный ресурс] // URL: <http://cok.cross-edu.ru> (дата обращения 10.05.2017)
26. Статистика ЕГЭ по Московской области[Электронный ресурс] // URL: <http://rcoi.net> (дата обращения 10.05.2017)
27. Статистика ЕГЭ по Свердловской области за 2016 год [Электронный ресурс] // Сайт информационной поддержки оценки образования в

- Свердловской области URL: <http://ege.midural.ru/ege2/statistika-ege.html> (дата обращения 10.05.2017)
28. Статистика ЕГЭ по Пензенской области [Электронный ресурс] // URL: <http://irrpo.pnzreg.ru/> (дата обращения 10.05.2017)
29. Статистика ЕГЭ по Томской области [Электронный ресурс] // URL: <http://coko.tomsk.ru/files/reports/analit-ege-2016.pdf> (дата обращения 10.05.2017)
30. Федерализм, региональная политика, субъекты РФ [Электронный ресурс] URL: <http://www.novrosen.ru/Russia/regions/kirov.htm> (дата обращения 10.06.17)
31. Правительство Кировской области [Электронный ресурс] URL: <http://www.kirovreg.ru/> (дата обращения: 11.04.17).
32. Федерализм, региональная политика, субъекты РФ [Электронный ресурс] URL: <http://www.novrosen.ru/Russia/regions/kostr.htm> (дата обращения 10.05.17)
33. Образовательный портал Костромской области URL: <http://www.eduportal44.ru/> (дата обращения: 11.04.17).
34. Федерализм, региональная политика, субъекты РФ [Электронный ресурс] URL: <http://novrosen.ru/Russia/regions/kras.htm> (дата обращения 10.05.17)
35. Международная ассоциация ученых, преподавателей и специалистов (Российская Академия Естествознания) [Электронный ресурс] URL: <https://www.rae.ru/forum2012/315/3038> (дата обращения 10.05.17)
36. Сайт правительства Московской области [Электронный ресурс] URL: <http://mosreg.ru> (дата обращения 10.05.17)
37. Министерство образования Пензенской области [Электронный ресурс] URL: <http://minobr-penza.ru> (дата обращения 10.05.17)
38. Официальный сайт правительства Свердловской области [Электронный ресурс] // URL: <http://www.midural.ru/100034/> (дата обращения: 10.05.17)

39. Министерство общего и профессионального образования Свердловской области [Электронный ресурс] URL: <http://www.minobraz.ru/> (дата обращения: 10.05.17)
40. Департамент науки и высшего образования Томской области [Электронный ресурс] URL: <https://depvpo.tomsk.gov.ru/> (дата обращения: 11.04.17).
41. Распоряжение Правительства Российской Федерации "Концепция развития математического образования в Российской Федерации" от 24 декабря 2013 г. № 2506-р.

Приложение 1

Таблица П.1.1. Шкала перевода первичных баллов в тестовые 2010 – 2016 гг. (профильный уровень)

Первичные баллы	Тестовые баллы 2010 г	Тестовые баллы 2011 г.	Тестовые баллы 2012 - 2013 г.	Тестовые баллы 2014 г.	Тестовые баллы 2015 г. (профильный)	Тестовые баллы 2016г. (профильный)
1	11	6	5	7	5	5
2	16	12	10	13	9	9
3	21	18	15	20	14	14
4	25	24	20	24	18	18
5	30	30	24	28	23	23
6	34	34	28	32	27	27
7	28	38	32	36	33	33
8	41	41	36	40	39	39
9	45	45	40	44	45	45
10	48	49	44	48	50	51
11	52	52	48	52	55	57
12	56	56	52	56	59	63
13	60	60	56	60	64	68
14	63	63	60	64	68	70
15	66	66	63	68	70	72
16	69	68	66	70	72	74
17	71	70	68	72	74	76
18	73	73	70	73	76	78
19	75	75	72	75	78	80
20	77	77	74	77	80	82
21	79	80	77	79	82	84
22	81	82	79	80	84	85
23	83	84	81	82	86	87
24	85	87	83	84	88	89
25	87	89	85	86	90	91
26	90	91	87	88	92	93
27	92	94	90	89	94	95
28	95	96	92	91	96	97
29	97	98	94	93	97	99
30	100	100	96	95	98	100
31	–	–	98	96	99	100
32	–	–	100	98	100	100
33	–	–	–	100	100	
34	–	–	–	–	100	

Приложение 2

Таблица П.2.1 Найденные статистические данные по регионам(Свердловская область, Пензенская область, Кировская область, Московская область)

Свердловская область:		Пензенская область:		Кировская область:		Московская область:	
Баллы:	Кол-во:	Баллы:	Кол-во:	Баллы:	Кол-во:	Баллы	Кол-во(%)
0	187	0-9	131	0	2	0-9	1,41
10	608	10-19	322	1-9	75	10-19	6,6
20	1327	20-29	678	10-19	259	20-29	17,86
30	2330	30-39	1010	20-29	665	30-39	21,37
40	1177	40-49	477	30-39	738	40-49	16,53
50	1998	50-59	1272	40-49	340	50-59	7,24
60	1432	60-69	538	50-59	584	60-69	15,24
70	1920	70-79	524	60-69	512	70-79	10,31
80	649	80-89	47	70-79	646	80-89	2,84
90	113	90-99	5	80-89	158	90-100	0,6
100	6	100	0	90-99	15		
				100	4		

Таблица П.2.2 Найденные статистические данные по регионам(Костромская область, Томская область, Краснодарский край)

Костромская область		Томская область		Краснодарский край	
Баллы:	Кол-во:	Баллы:	Кол-во:	Баллы:	Кол-во:
0	5	0	2	0	5
5	12	5	8	5	12
9	32	9	42	9	32
14	58	14	71	14	58
18	104	18	151	18	104
23	158	23	174	23	158
27	201	27	295	27	201
33	221	33	300	33	221
39	188	39	374	39	188
45	215	45	356	45	215
50	175	50	319	50	175
56	154	56	280	56	154
62	124	62	238	62	124
68	93	68	177	68	93
70	96	70	158	70	96
72	52	72	111	72	52
74	69	74	89	74	69
76	48	76	71	76	48
78	28	78	53	78	28
80	27	80	51	80	27
82	21	82	48	82	21
84	15	84	29	84	15
86	9	86	12	86	9
88	8	88	11	88	8
90	6	90	10	90	6
92	3	92	10	92	3
94	2	94	10	94	2
96	4	96	4	96	4
98	1	98	1	98	1
99	3	99	2	99	3
100	1	100	9	100	1

Приложение 3

Таблица П.3.1 Приведение данных к общему виду для сравнения друг с другом

Баллы:	Пензенская область		Свердловская область		Костромская область		Томская область	
	Кол-во	%	Доля	%	Доля	%	Доля	%
0-9	131	2,617906	187	1,591896	49	2,297234	52	1,500289
10-19	322	6,434852	608	5,17579	162	7,594937	222	6,405078
20-29	678	13,54916	1327	11,2965	359	16,83075	469	13,53145
30-39	1010	20,18385	2330	19,83485	409	19,17487	674	19,44605
40-49	477	9,532374	1177	10,01958	215	10,0797	356	10,27121
50-59	1272	25,41966	1998	17,0086	329	15,42429	599	17,28217
60-69	538	10,7514	1432	12,19035	217	10,17346	415	11,97346
70-79	524	10,47162	1920	16,3446	293	13,73652	482	13,90652
80-89	47	0,939249	649	5,524815	80	3,750586	151	4,356607
90-99	5	0,09992	113	0,961948	19	0,890764	37	1,067513
100	0	0	6	0,051077	1	0,046882	9	0,259665

Таблица П.3.2 Приведение данных к общему виду для сравнения друг с другом

Баллы:	Краснодарский край		Кировская область	
	Кол-во	%	Кол-во:	%
0-9	87	0,590671	77	1,925963
10-19	486	3,299613	259	6,478239
20-29	1633	11,08697	665	16,63332
30-39	3076	20,88397	738	18,45923
40-49	1623	11,01908	340	8,504252
50-59	2858	19,4039	584	14,6073
60-69	2431	16,50485	512	12,8064
70-79	2136	14,502	646	16,15808
80-89	361	2,450947	158	3,951976
90-99	36	0,244416	15	0,375188
100	2	0,013579	4	0,10005